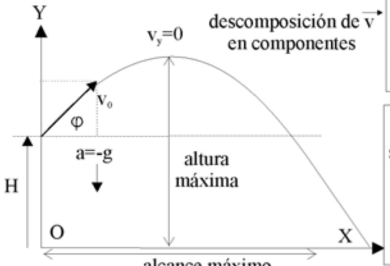
ANÁLISIS DEL MOVIMIENTO PARABÓLICO

Lanzamiento de un cuerpo desde una altura H, con una velocidad inicial v_0 formándo un ángulo con la horizontal



sistema de referencia

aplicación de convenios vectoriales de signos

vector de posición

$\vec{r} = (v_0\cos\varphi t)\,\vec{i} + \left(H + v_0 \mathrm{sen}\varphi t - gt^2/2\right)\vec{j}$

vector velocidad

$\vec{v} = (v_0\cos\varphi)\,\vec{i} + (v_0\mathrm{sen}\varphi - gt)\,\vec{j}$

módulo de $\vec{v}$

$|\vec{v}| = \sqrt{(v_0\cos\varphi)^2 + (v_0\mathrm{sen}\varphi - gt)^2}$

descomposición de $\vec{v}$ en componentes

sobre el eje X — M.U.

condiciones: $a=0$, $v_{x0} = v_0\cos\varphi$

$\boxed{x = v_0\cos\varphi t}$

sobre el eje Y — M.U.A.

condiciones: $s_0=H$, $a=-g$, $v_{y0} = v_0\mathrm{sen}\varphi$, $v_y = v_0\mathrm{sen}\varphi - gt$

$\boxed{y = H + v_0\mathrm{sen}\varphi t - gt^2/2}$

condición del ángulo

$\tan\varphi = v_{y0}/v_{x0}$

MÁXIMA ALTURA

condición física

$v_y = 0$

$t = \dfrac{v_0\,\mathrm{sen}\varphi}{g}$

$t^2 = \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}^2\varphi}{g^2}$

$y = H + \dfrac{v_0\mathrm{sen}\varphi\; v_0\,\mathrm{sen}\varphi}{g} - g\dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}^2\varphi}{2g^2}$

$y = H + \dfrac{v_0^2\mathrm{sen}^2\varphi}{g} - \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}^2\varphi}{2g} = \boxed{H + \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}^2\varphi}{2g}}$

coordenada x de la máxima altura $\quad x = v_0\cos\varphi\,\dfrac{v_0\,\mathrm{sen}\varphi}{g}$

condición matemática $dy/dt=0$

$\boxed{x = \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}\,2\varphi}{2g}}$

ángulo con la horizontal en cualquier punto

$\tan\alpha = \dfrac{v_0\mathrm{sen}\varphi - gt}{v_0\cos\varphi}$

componentes de la aceleración

$a_N = \dfrac{|\vec{v}|^2}{R} \qquad a_t = \dfrac{d|\vec{v}|}{dt}$

$a_N^2 + a_t^2 = g^2$

ALCANCE MÁXIMO

cuando llega al suelo

condición de suelo $\boxed{y=0}$

cálculo directo a partir de:

$0 = H + \tan\varphi\, x - g\dfrac{x^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}$

cálculo indirecto a partir de

$0 = H + v_0\mathrm{sen}\varphi t - gt^2/2$

se toma el valor de $t>0$ y se sustituye en $x = v_0\cos\varphi t$

Cálculo del radio de curvatura

$v_y = 0$ mínimo en el vértice

a_N máxima $= g = \dfrac{v_0^2\cos^2\varphi}{R}$

$a_t = 0$

Trayectoria

$x = v_0\cos\varphi\, t$

$y = H + v_0\mathrm{sen}\varphi\, t - gt^2/2$

$\rightarrow t = \dfrac{x}{v_0\cos\varphi} \rightarrow t^2 = \dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2\varphi}$

$y = H + \dfrac{\cancel{v_0}\mathrm{sen}\varphi\; x}{\cancel{v_0}\cos\varphi} - g\dfrac{x^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}$

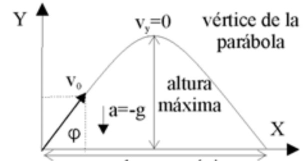
$\boxed{y = H + \tan\varphi\, x - g\dfrac{x^2}{2v_0^2\cos^2\varphi}}$ **parábola**

Si $H=0$ se produce simetría parabólica

x de máxima altura= alcance máximo/2

t de máxima altura=t de alcance máximo/2

ángulo de llegada al suelo= - φ



tratamiento matemático a partir de la parábola

coordenadas del vértice de la parábola

$y = C + Bx + Ax^2$

$x = -B/2A$

$y = -(B^2 - 4AC)/4A$

como

$C = H$

$B = \tan\varphi$

$A = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\varphi}$

$x = -\dfrac{\tan\varphi\; 2v_0^2\cos^2\varphi}{-2g} = \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}\,2\varphi}{2g}$

$y = -\dfrac{\tan^2\varphi - 4\left(-\dfrac{gH}{2v_0^2\cos^2\varphi}\right)}{-\dfrac{4g}{2v_0^2\cos^2\varphi}} = \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}^2\varphi + 2gH}{2g}$

Coordenadas del alcance máximo

$x = \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}\,2\varphi}{g}$

$y = 0$

vector de posición del alcance

$\vec{r} = \dfrac{v_0^2\,\mathrm{sen}\,2\varphi}{g}\,\vec{i}$