

Caída libre con velocidad límite

Introducción

Un cuerpo de densidad elevada cuando se deja caer libremente cerca de la superficie terrestre con el aire en calma y para distancias relativamente pequeñas lo hace con movimiento uniformemente acelerado, siguiendo una trayectoria recta, siendo la aceleración constante.

Cuando el cuerpo tiene densidad pequeña el movimiento ya no es como el anterior. Si el cuerpo además de una densidad pequeña presenta una gran superficie el movimiento es complicado y la caída no es vertical (por ejemplo una hoja de papel). Existen algunos cuerpos cuya caída es prácticamente vertical pero no con movimiento uniformemente acelerado sino que partiendo del reposo rápidamente alcanzan una velocidad constante que se conoce con el nombre de velocidad límite.

Sobre cualquier cuerpo actúan, si el aire está en calma, tres fuerzas verticales, una es el peso, dirigida hacia el centro de la tierra, otra la resistencia del aire de la misma dirección y sentido opuesto y la tercera es el empuje del aire que en este caso se puede considerar despreciable. La resistencia del aire se puede expresar matemáticamente por

$$R = Cv^{\gamma}$$

C es un coeficiente que depende de la forma del cuerpo y de la densidad del aire, v es la velocidad y γ un coeficiente.

Las magdalenas es un dulce conocido que se expende sobre un envase de papel de forma característica. El envase es ligero y si se deja caer en el aire, a partir del reposo, alcanza, relativamente pronto, la velocidad límite, siendo además su caída prácticamente en vertical

Objetivo

Se plantea como objetivo de un experimento determinar a partir de la caída de estos envases los valores de C y γ para estos cuerpos.

Experimento

La dificultad del experimento radica en determinar la velocidad límite. La medida directa con un cronómetro del tiempo de caída cuando el envase ha adquirido la velocidad límite, conlleva un gran error ya que el tiempo de caída es del mismo orden que el tiempo de reacción del operador que actúa sobre el cronómetro. A esto debemos añadir la imposibilidad de decidir, por observación directa, a partir de qué lugar en la caída el cuerpo ha adquirido la velocidad límite. Medir el tiempo de caída total y suponer que el cuerpo ha adquirido instantáneamente la velocidad límite es una suposición que puede introducir, si el experimento lo realizan los alumnos, un concepto equivocado.

La fotografía digital estroboscópica resulta particularmente útil para este experimento.

Mediante ella se puede determinar la posición del cuerpo en función del tiempo, lo cual permite obtener la gráfica posición tiempo y a partir de la misma deducir cuando se alcanza la velocidad límite y además deducir el valor numérico de la misma.

Realización

Se realizarán cinco caídas, la primera con un envase, la segunda con dos envases, la tercera con tres, la cuarta con cuatro y finalmente la quinta con cinco. En todos los casos la parte abierta del envase queda hacia arriba.

Los envases se colocan, a partir de dos, uno dentro del otro con el fin de no cambiar la forma del cuerpo y así mantener constante el coeficiente C.

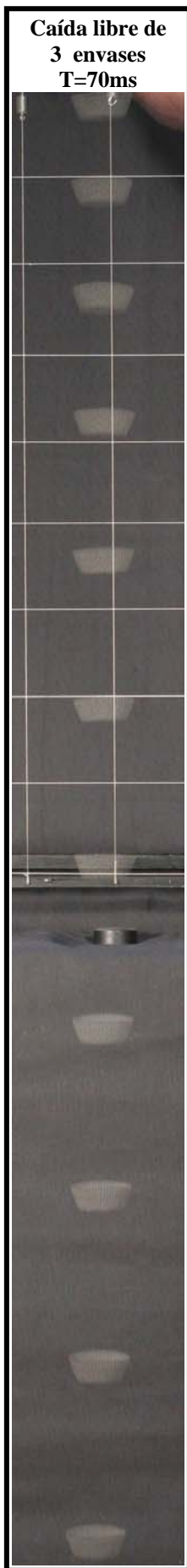
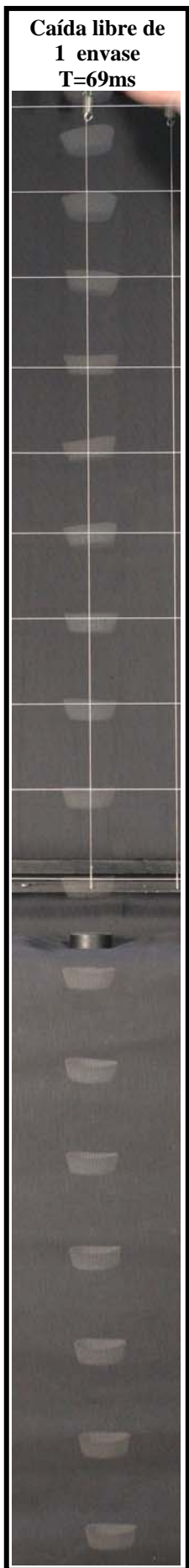
La técnica de la fotografía digital estroboscópica ha sido ensayada por parte de los autores en numerosos experimentos, y ya han aparecido otros experimentos con esta técnica en esta web.

Fotografías

A continuación se exponen las cinco fotografías de caída de los envases. En las fotos se indica el número de envases y el intervalo de tiempo que transcurre entre dos posiciones consecutivas.

En cada fotografía aparece un fondo enrejado. Cada cuadrado tiene una longitud real de 0,10 metros. Con este dato se puede obtener un factor de escala entre, por ejemplo, 0,80m reales y esa distancia medida en cada una de las fotografías. Así, midiendo posiciones en la fotografía y utilizando el factor de escala se pueden determinar posiciones reales del envase.

Fotografías



Tratamiento de los datos

Se escoge como punto inicial de posiciones y tiempos, la posición primera en que se ve claramente el envase. Esto supone que existe velocidad inicial. Se confecciona la tabla posiciones reales -tiempos. Con una hoja de cálculo o a mano se hace la gráfica y a partir de ella se determina cuando se ha alcanzado la velocidad límite y su valor numérico. En nuestro solucionario, admitimos que en las cuatro últimas posiciones ya se ha alcanzado esa velocidad.

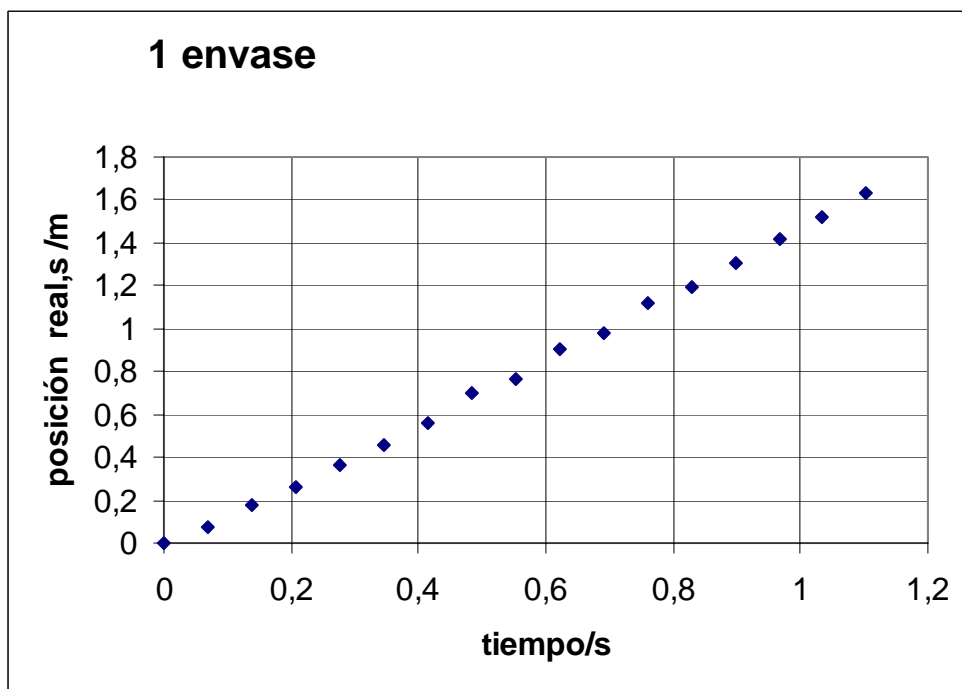
Si el cuerpo se desplaza con la velocidad límite, el peso de los envases es igual a la fuerza resistente. Sea n el número de envases y m_o la masa de cada uno

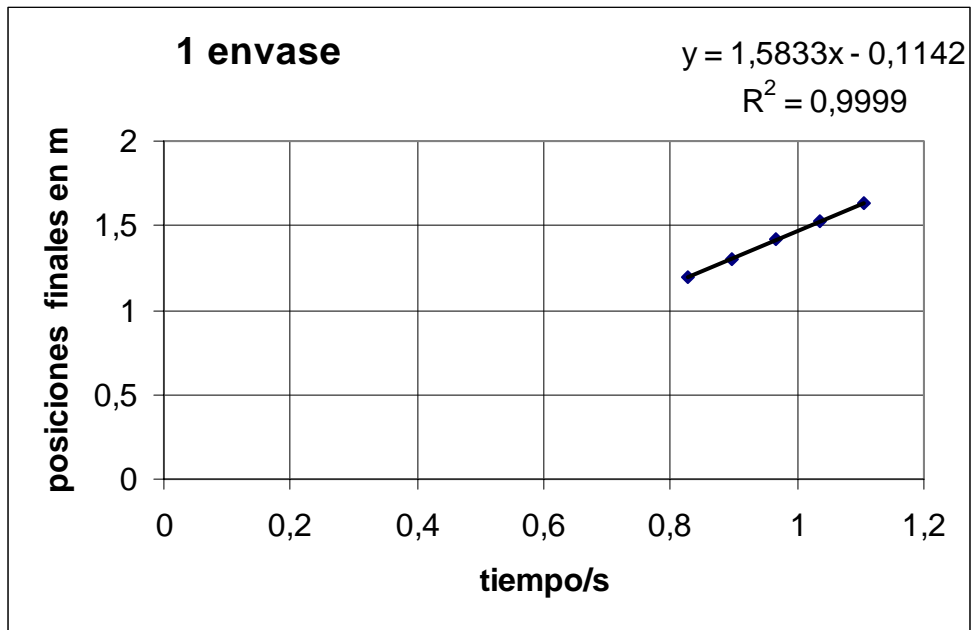
$$n m_o g = C v_L^\gamma \Rightarrow \ln \frac{n m_o g}{C} = \gamma \ln v_L \Rightarrow \ln(n m_o g) = \gamma \ln v_L + \ln C$$

La última ecuación es la de una línea recta si se representa $\ln(n m_o g)$, eje Y, frente a $\ln v_L$ (eje X). La pendiente de la recta nos da el valor de γ y la ordenada en el origen el de C.

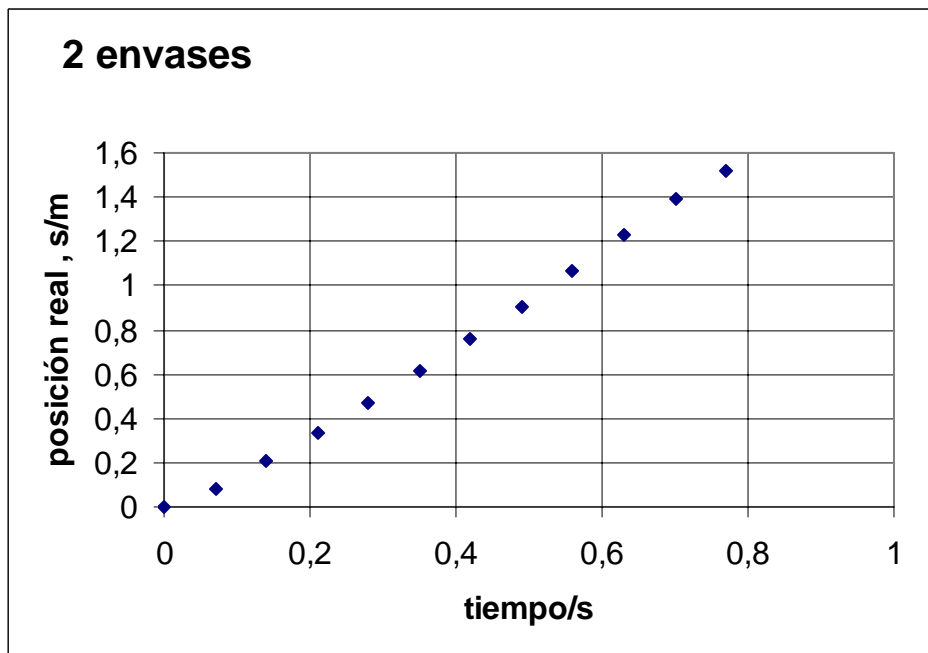
La masa de los envases se ha determinado con una balanza electrónica y los cinco envases tienen una masa de 1,25 gramos

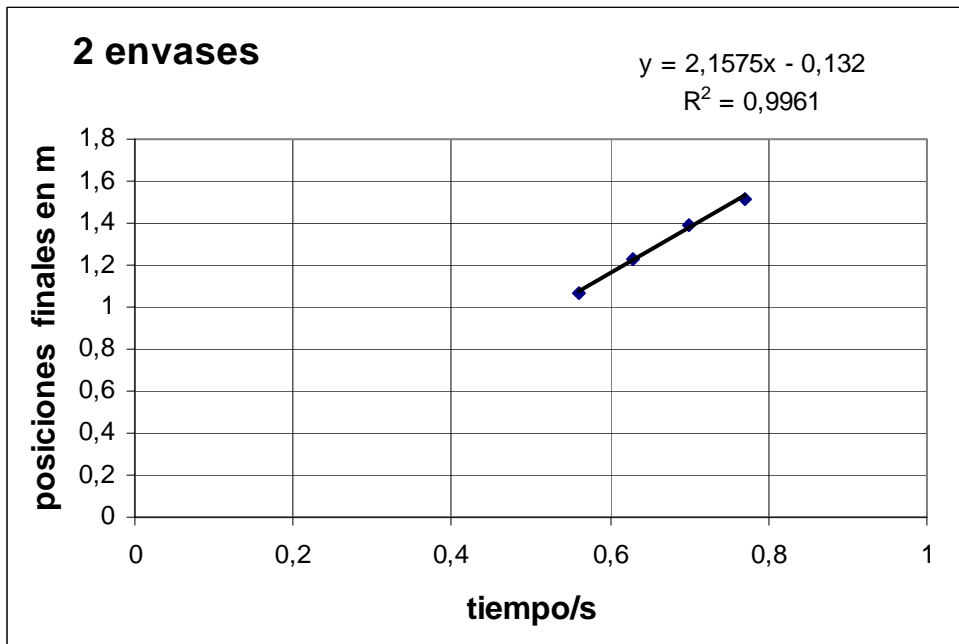
SOLUCIÓN



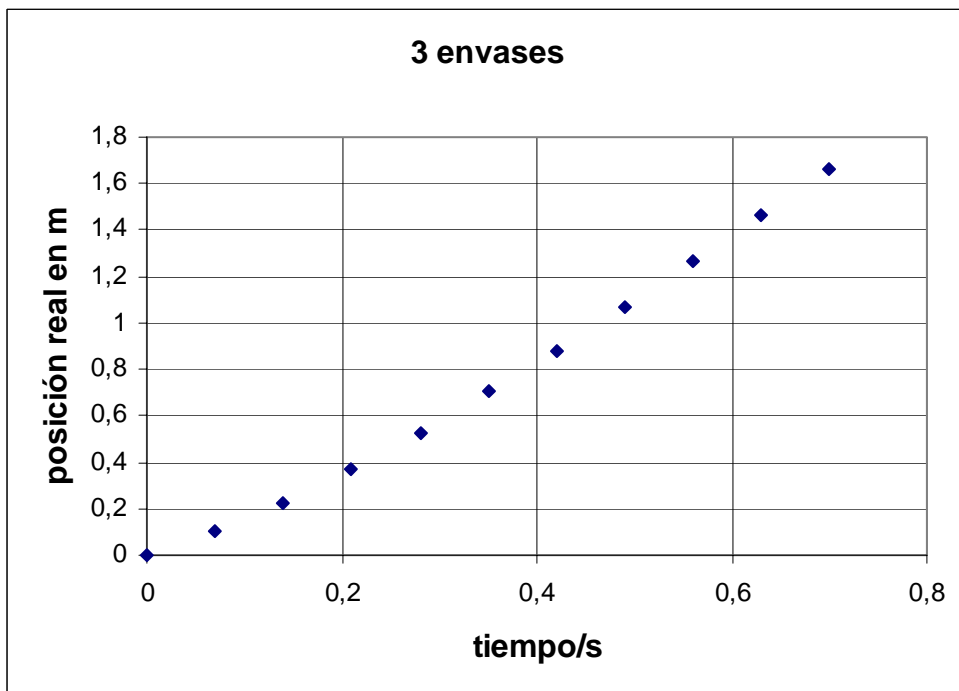


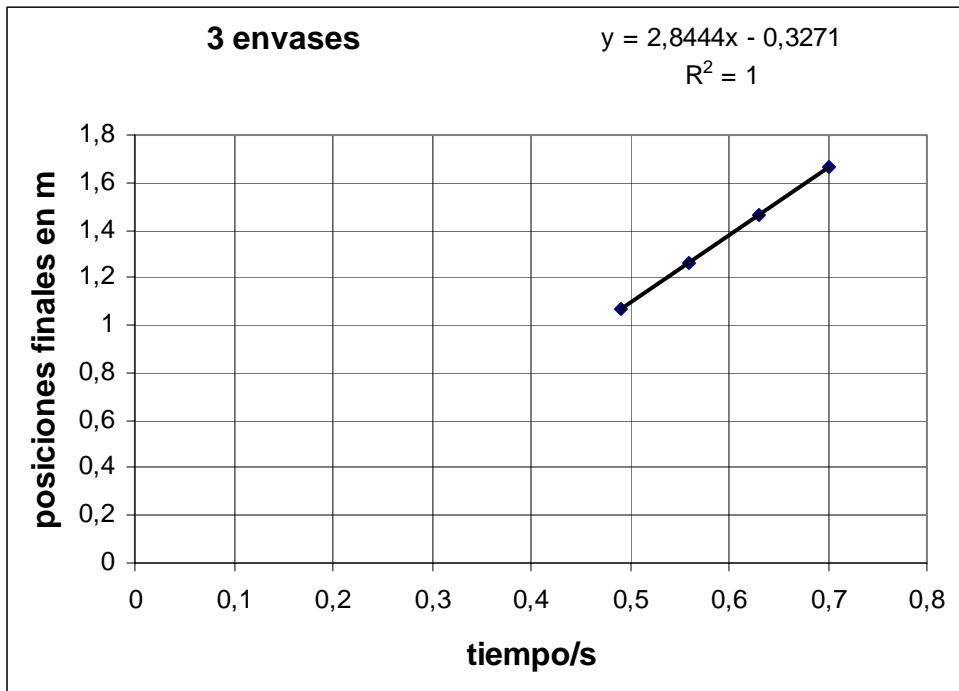
Velocidad límite 1,58 m/s



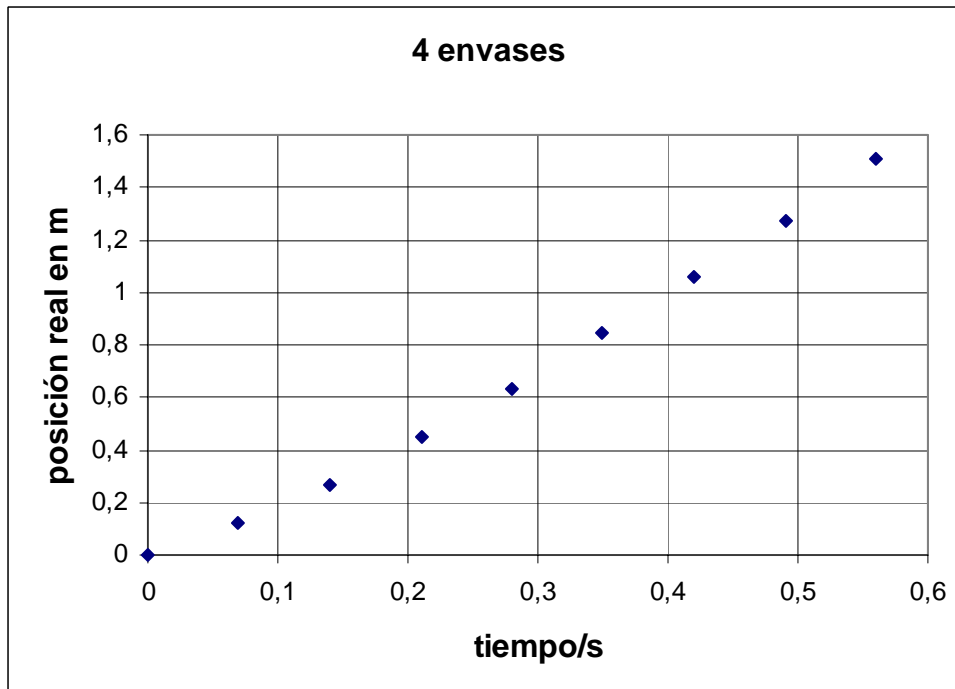


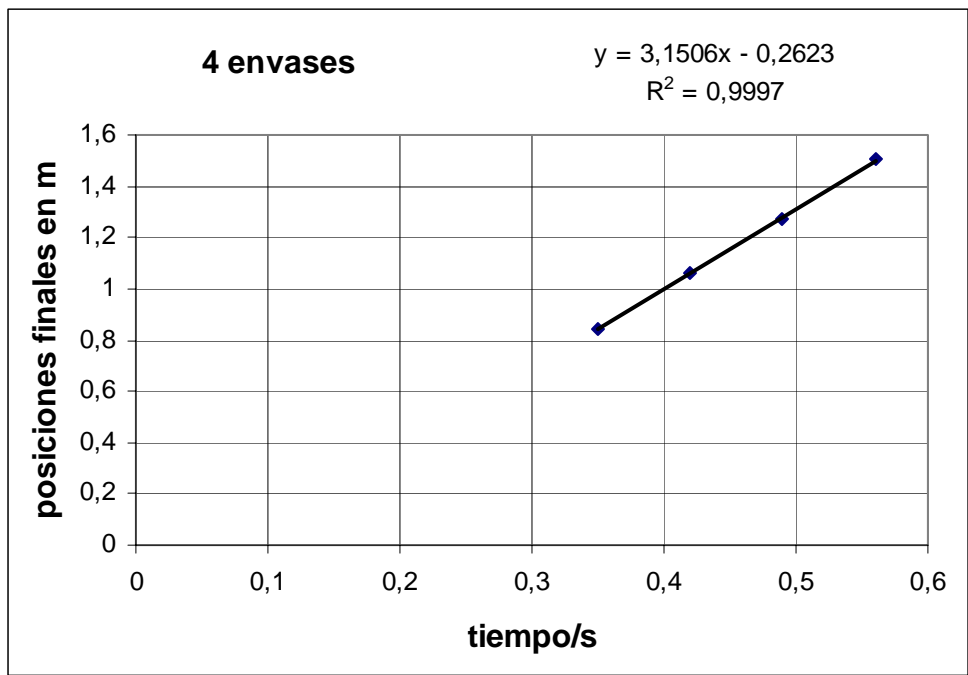
Velocidad límite 2,16 m/s



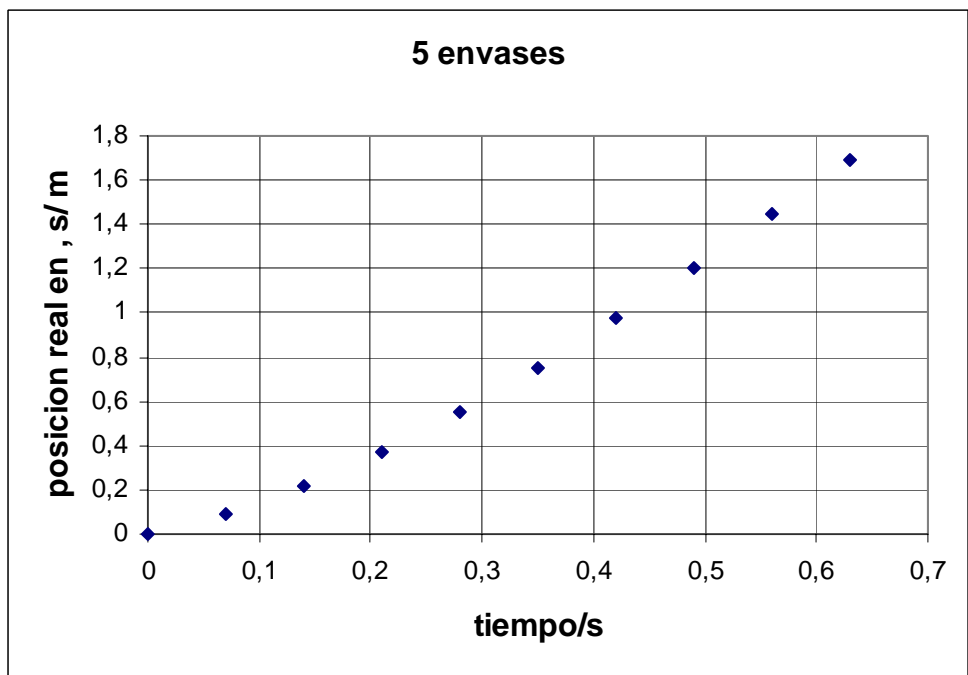


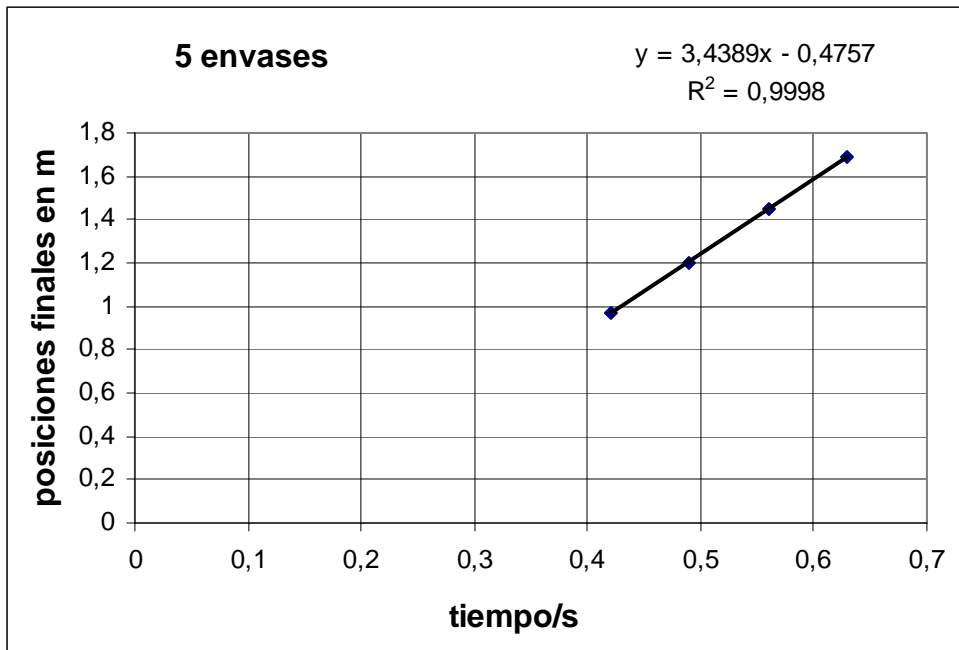
Velocidad límite 2,84 m/s



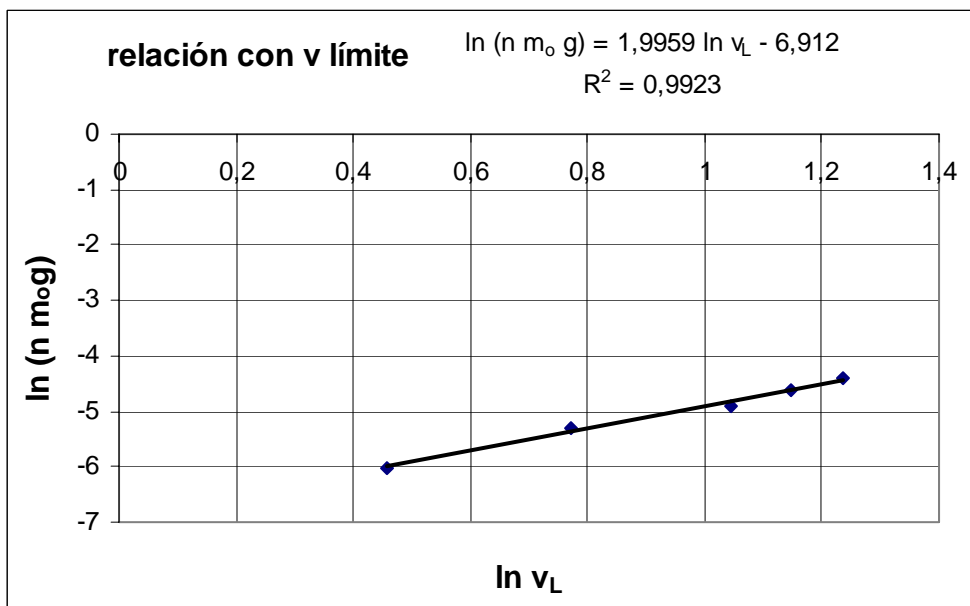


Velocidad límite 3,15 m/s





Velocidad límite 3,44 m/s



$$\gamma \approx 2 \quad ; \quad \ln C = -6,912 \Rightarrow C \approx 1.10^{-3}$$