FUERZAS DE INERCIA

Cuando un observador no inercial (aquel que se mueve con aceleración) quiere describir las causas del estado de reposo o de movimiento de un cuerpo, no le basta con la segunda ley de Newton, pues necesita considerar además de las fuerzas de interacción que recoge la citada ley, otras fuerzas que carecen de pareja de reacción, son las fuerzas de inercia.

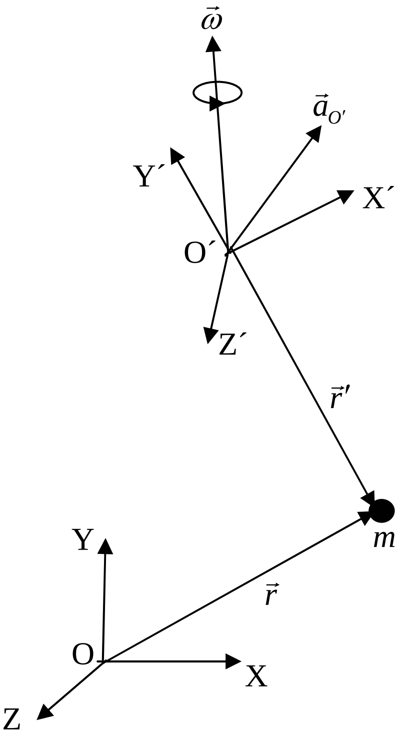


Fig.1

La aceleración que mide para un cuerpo un observador no inercial, es siempre relativa, puesto que su propio sistema de referencia también tiene aceleración, bien en traslación, en rotación, o en una combinación simultánea de ambas, fig.1.

En el estudio del movimiento relativo la aceleración absoluta $\vec{a}$, medida respecto de ejes inerciales, fig. 1, se relaciona con la aceleración relativa $\vec{a}'$, referida a ejes en movimiento con aceleración, por la ecuación:

$$\vec{a}=\vec{a}_{O'}+\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{r}'\right)+\frac{d\vec{\omega}}{dt}\wedge\vec{r}'+2\vec{\omega}\wedge\vec{v}'+\vec{a}'$$

Si se escribe la aceleración relativa $\vec{a}'$ en el primer miembro de la ecuación:

$$\vec{a}'=\vec{a}-\vec{a}_{O'}-\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{r}'\right)-\frac{d\vec{\omega}}{dt}\wedge\vec{r}'-2\vec{\omega}\wedge\vec{v}'$$

Multiplicando por la masa m del cuerpo, del que se quiere medir la aceleración, se establece una ecuación entre las fuerzas consideradas por los observadores, inercial y acelerado.

$$m\vec{a}'=m\vec{a}-m\vec{a}_{O'}-m\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{r}'\right)-m\frac{d\vec{\omega}}{dt}\wedge\vec{r}'-2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}' \qquad [1]$$

El término $m\vec{a}$ es el producto de la masa por la aceleración que mide el observador inercial y representa a la suma de todas las fuerzas de interacción, $\sum\vec{F}$ *(interacción)* que aparecen en la segunda ley de Newton. Los demás sumandos también son fuerzas, que añadidas a la primera, permiten al observador no inercial explicar la Dinámica del cuerpo desde sus propios ejes en O´. Se conocen como fuerzas de inercia y algunas tienen nombres particulares, así $-m\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{r}'\right)$ se conoce como fuerza centrífuga y $-2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}'$ se designa como fuerza de Coriolis.

Se van a explicar a continuación cada una de las distintas fuerzas de inercia a través de diversos supuestos.

a) Los ejes móviles no giran y solo tienen aceleración de traslación.

Se verifica entonces que $\vec{\omega} = 0$ y $\dfrac{d\vec{\omega}}{dt} = 0$.

Sustituyendo en [1] encontramos para el observador no inercial que $m \cdot \vec{a}'$ vale:

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{a}_{O'}$$

En este caso la fuerza de inercia vale solamente $-m\vec{a}_{O'}$ *y es de sentido contrario a la aceleración de los ejes móviles en O´.*

En la fig.2 una maleta se encuentra libre en el pasillo de un avión que acelera por la pista de despegue de un aeropuerto, con una aceleración $\vec{a}_{O'}$. Para describir su dinámica, un observador que está en el avión debe añadir a las fuerzas de interacción (peso, reacción del suelo y fuerza de rozamiento) la fuerza de inercia, $-m\vec{a}_{O'}$ para de este modo poder calcular la aceleración $\vec{a}'$ que lleva la maleta por el pasillo del avión. Vectorialmente.

$$m\vec{a}' = -\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_R - m\vec{a}_{O'} \qquad [2]$$

Obsérvese, que la fuerza de inercia $-m\vec{a}_{O'}$ es de sentido contrario a la aceleración de los ejes móviles (que es la aceleración del avión $\vec{a}_{O'}$). La fuerza de rozamiento como se opone al movimiento de la maleta irá hacia delante.

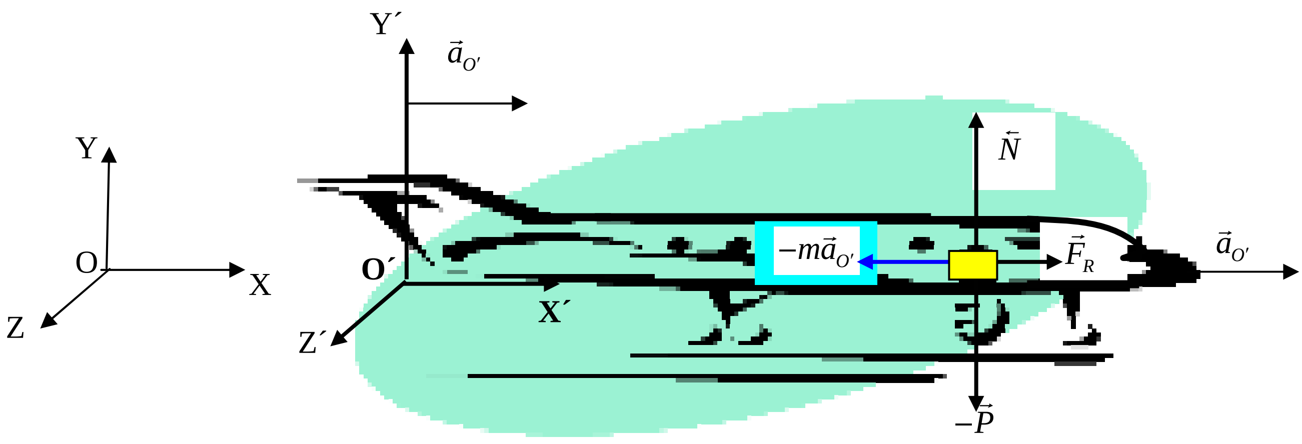


Fig.2

Aplicación numérica:
Los aviones comerciales suelen tomar al despegar aceleraciones de unos *4 m/s²*. Si el coeficiente de rozamiento de la maleta con el pasillo es de *0,3*. Determine la aceleración con que se mueve por éste y su sentido del movimiento por el pasillo del avión.

Solución:
Aplicando la ecuación vectorial [2] respecto de los ejes X´ y Y´ situados en O´ resulta:

$$\sum \vec{F}_{y'} = N\,\vec{j}' - P\,\vec{j}' = 0; \quad \Rightarrow \quad N = P = m\cdot g$$

$$\sum \vec{F}_{x'} = ma'_{x'}\,\vec{i}' = -ma_{O'}\,\vec{i}' + F_R\,\vec{i}' \;\Rightarrow\; ma'_{x'} = -\,ma_{O'} + \mu\cdot N$$

$$ma'_{x'} = -\,ma_{O'} + \mu\cdot N = -\,ma_{O'} + \mu\cdot mg$$

$$a'_{x'} = -a_{O'} + \mu\cdot g = -4\frac{m}{s^2} + 0{,}3\cdot 9{,}8\frac{m}{s^2} = -\,1{,}06\;m/s^2$$

Al tratarse de un movimiento rectilíneo, el signo menos indica que la maleta se mueve por el pasillo con sentido contrario al positivo de los ejes, en nuestro caso, también al sentido de avance del avión respecto de tierra.

b) Los ejes móviles no tienen aceleración de traslación, pero están girando con velocidad angular constante. Supondremos además que el cuerpo está permanentemente en reposo respecto de los ejes móviles en O´.

Se verifica que: $\vec{a}_{O'} = 0;$ $\dfrac{d\vec{\omega}(cte)}{dt} = 0;$ $\vec{v}' = 0;$ $\vec{a}' = 0$

Aplicando la ecuación [1] resulta: $m\vec{a}' = 0 = m\vec{a} - m\vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\vec{r}')$

La fuerza: $-m\,\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{r}'\right) = \vec{F}_{CT,i}$ se llama fuerza centrífuga de inercia y observemos en la fig.3 que su dirección pasa por el centro O´ y su sentido es radial hacia fuera. La fuerza centrífuga "se fuga del centro".

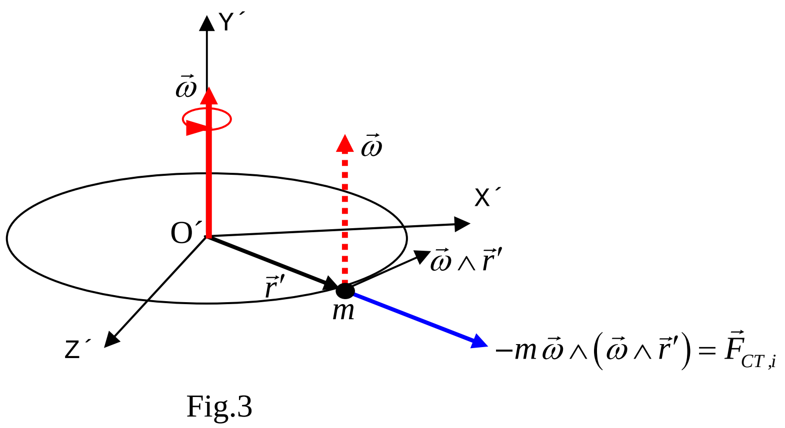


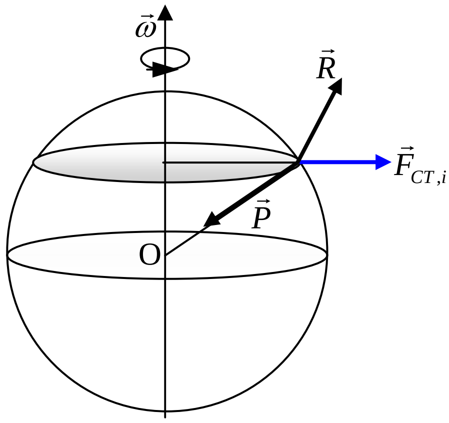
Fig.3

Un ejemplo lo constituye la Tierra, si prescindimos de su movimiento de traslación respecto al Sol. Al girar alrededor de su eje dando una vuelta por día, constituye **un sistema no inercial** que gira con velocidad angular constante. Sobre cualquier objeto aunque se encuentre en reposo respecto de la Tierra, fig.4, aparecen las fuerzas de interacción: peso $\vec{P}$ y reacción $\vec{R}$**;** además de la fuerza centrífuga de inercia $\vec{F}_{CT,i}$. Esta fuerza es en cada lugar perpendicular al eje de rotación de la Tierra y hacia fuera, fig.4.

En el caso que estamos tratando en el que suponemos un cuerpo de masa m en reposo respecto de la Tierra, se verifica que la suma de todas las fuerzas respecto de unos ejes terrestres debe ser nula. Resulta:

$$\vec{m}a' = 0 = \vec{P} + \vec{R} - m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}\,') = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_{CT,i}$$

Fig.4



Ejercicio: Calcular la fuerza centrífuga de inercia que actúa sobre un objeto de masa m, situado en un lugar de la Tierra de latitud λ, en función del radio de la Tierra R_T y de la velocidad angular de la Tierra ω_T.

Solución:

$$\left|\vec{F}_{CT,i}\right| = m\left|-\vec{\omega}_T \wedge \left(\vec{\omega}_T \wedge \vec{r}\right)\right| = m\left|\vec{\omega}_T\right|\left|\vec{\omega}_T \wedge \vec{r}\right| sen\,90 = m\left|\vec{\omega}_T\right|^2 \left|\vec{r}\right|$$

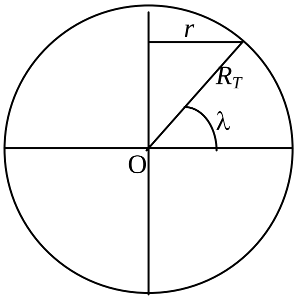


Fig.5

En la fig.5 la distancia desde un lugar de la Tierra, al eje de rotación puede expresarse en función del radio terrestre.

$$r = R_T \cdot sen\left(90 - \lambda\right) = R_T \cdot cos\,\lambda$$

Sustituyendo:

$$\left|\vec{F}_{CT,i}\right| = m\left|\vec{\omega}_T\right|^2 R_T \cdot cos\,\lambda$$

Ejercicio: Determinar la velocidad angular ω con que debería girar la Tierra, para que un cuerpo situado en reposo, en un punto de latitud λ sobre el Ecuador, tuviese un peso aparente nulo. Radio de la Tierra $R_T = 6370\ km$.

Solución:
Si el cuerpo debe presentar un peso aparente nulo, respecto de unos ejes fijos en la Tierra y que por lo tanto giran con ella a la misma velocidad angular, se cumplirá que la suma de todas las fuerzas incluida la fuerza centrífuga de inercia, es igual a cero. En la fig. 6 se descomponen la fuerza centrífuga de inercia $\vec{F}_{CT,i}$ y la reacción $\vec{R}$ en sus respectivas componentes radiales y transversales. Las componentes de la reacción las designamos por $\vec{N}$ y $\vec{F}_{Trans}$.

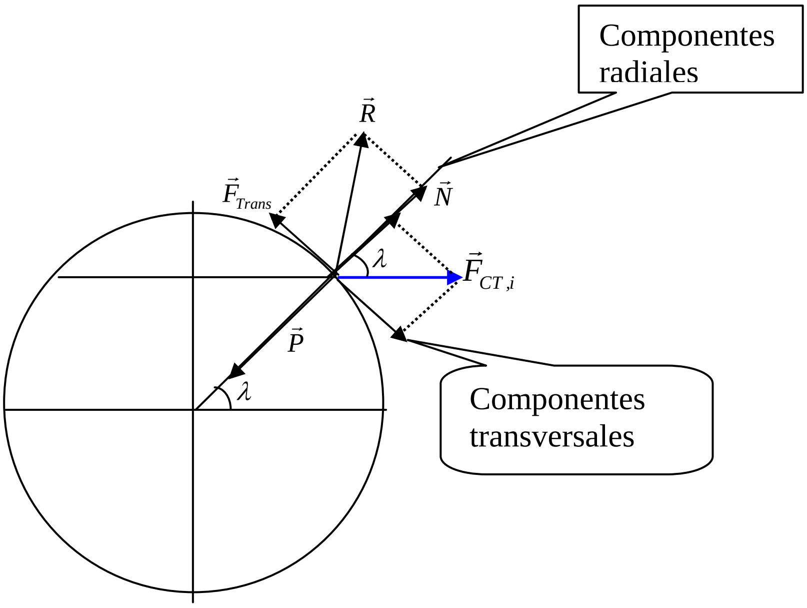


Fig.6

Aplicando la condición de equilibrio:

$$N + F_{CT,i} \cdot cos\,\lambda - P = 0 \qquad [a]$$

$$F_{CT,i} \cdot sen\,\lambda - F_{Trans} = 0 \qquad [b]$$

Sustituyendo en [a] la fuerza centrífuga por su valor en función de la latitud λ resulta.

$$N + m\left|\vec{\omega}_T\right|^2 R_T\, cos^2\,\lambda - P = 0 \qquad [c]$$

Nótese que en el Polo $\lambda = 90^o$ y $N = P$.

En otras latitudes λ es distinta de 90^o y aún suponiendo que la reacción normal N fuese nula (lo que significa un peso aparente nulo), la ecuación puede satisfacerse con los otros dos sumandos.

La componente transversal de la reacción de la ecuación [b], puede ser proporcionada al cuerpo por una fuerza de rozamiento, su valor se determina de [b].

$$F_{Trans} = F_{CT,i}\, sen\,\lambda = m\left|\vec{\omega}_T\right|^2 R_T\, cos\,\lambda \cdot sen\,\lambda$$

Obsérvese que tanto en el Ecuador $\lambda = 0$ ó en el Polo $\lambda = 90$, la fuerza transversal es nula.

Para determinar el valor de la velocidad angular ω para la cual el peso aparente de un cuerpo es nulo, en un lugar de latitud λ, se impondrá en la ecuación [c] la condición $N=0$ y se sustituirá $\left|\vec{\omega}_T\right| = \omega_\lambda$ para después despejarla:

$$\omega_\lambda = \sqrt{\frac{P}{m \cdot R_T \cdot cos^2\,\lambda}} = \sqrt{\frac{g}{R_T \cdot cos^2\,\lambda}}$$

Sustituyendo por ejemplo para la latitud de Madrid $\lambda = 42^o$ resulta:

$$\omega_{42^o} = \sqrt{\frac{9{,}8\, m/s^2}{6370.10^3\, m \cdot cos^2\, 42^o}} = 1{,}75.10^{-3}\,\frac{rad}{s} = 24{,}1\,\frac{vueltas}{dia}$$

Y el período rotación, $T = \dfrac{2\pi}{\omega_{42^o}} = \dfrac{2\pi}{1{,}75.10^{-3}} = 3590\, s = 59\, min\, 50\, s$

Para un objeto en el Ecuador su peso aparente es nulo con un valor de ω menor**.** En efecto haciendo $\lambda = 0$

$$\omega_{0^o} = \sqrt{\frac{9{,}8}{6370.10^3}} = 1{,}24.10^{-3}\,\frac{rad}{s} = 17\,\frac{vueltas}{dia}$$

Si se expresa ω en función de ω_{0^o} y de la latitud del lugar λ, tal que el peso aparente sea nulo.

$$\omega_\lambda = \frac{\omega_{0^o}}{cos\,\lambda}$$

Excluyéndose el Polo donde $\lambda=90^o$ pues conduce a una singularidad.

c) Los ejes móviles no tienen aceleración de traslación, pero están girando con una velocidad angular variable con el tiempo. Supondremos igualmente que el cuerpo permanece en reposo respecto de los ejes móviles.

$$\vec{a}_{O'} = 0; \qquad \vec{\omega} = \vec{\omega}(t) \neq 0; \qquad \frac{d\vec{\omega}}{dt} \neq 0; \qquad \vec{v}' = 0; \qquad \vec{a}' = 0$$

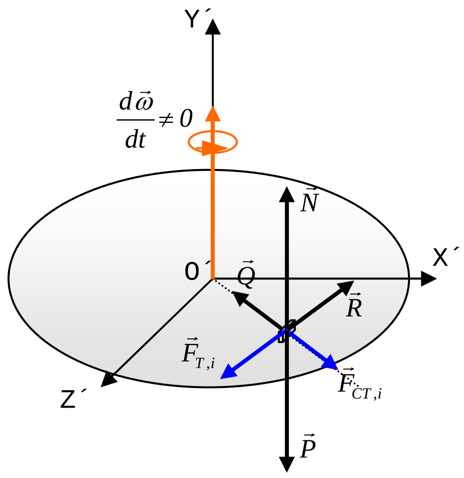


Fig.7

Sustituyendo en [1] queda:

$$m\vec{a}' = 0 = m\,\vec{a} - m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') - m\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}'$$

El último término es una fuerza tangencial de inercia

$$-m\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' = \vec{F}_{T,i}$$

En la fig.7, una plataforma gira con aceleración angular y lleva un cuerpo en reposo, sujeto por unas ligaduras. Se encuentra en una posición $\vec{r}'$ respecto de unos ejes que giran con ella situados en O´.

Un observador que gire con la plataforma, para explicar como el cuerpo de masa *m* puede permanecer en reposo, tiene que considerar que actúan las fuerzas de interacción peso $\vec{P}$ y las reacciones $\vec{N}$**;** $\vec{Q}$**;** $\vec{R}$ junto con las fuerzas de inercia: centrífuga $\vec{F}_{CT,i}$ y tangencial $\vec{F}_{T,i}$.

Nótese, que por estar *m* en reposo respecto de los ejes móviles, la suma de todas las fuerzas observadas desde estos ejes tiene que ser nula. Las reacciones $\vec{Q}$ y $\vec{R}$ contrarrestan para el observador no inercial, a las dos fuerzas de inercia. Vectorialmente:

$$0 = \vec{P} + \vec{N} + \vec{Q} + \vec{R} - \vec{F}_{CT,i} - \vec{F}_{T,i}$$

Ejercicio: Un tío vivo comienza a acelerar uniformemente desde el reposo, hasta alcanzar en *10 s* una velocidad angular constante de *0,30 rad/s.* Un pasajero de masa *60 kg,* va sentado en la plataforma giratoria a una distancia de *3m* de su centro. Determine los valores de la fuerzas de inercia, centrífuga y tangencial, que actúan sobre el pasajero, a los *5 s* de iniciada la rotación de la plataforma.

Solución:
Durante los primeros *10 s* el movimiento del tío vivo es circular uniformemente acelerado. La aceleración angular.

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_o}{t} = \frac{0{,}30\,rad/s - 0}{10\,s} = 30.10^{-3}\,\frac{rad}{s^2}$$

La velocidad angular para $t = 5\ s$ vale $\omega = \omega_o + \alpha \cdot t = 30.10^{-3} \dfrac{rad}{s^2} \cdot 5s = 0,15 \dfrac{rad}{s}$

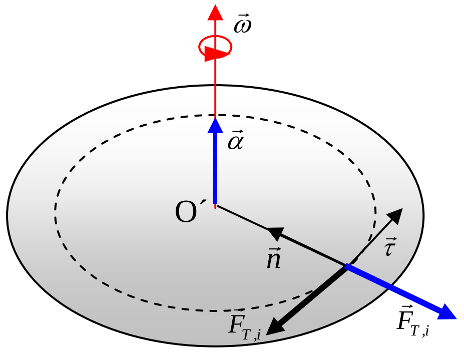


Fig.8

Tomando dos vectores unitarios uno en la dirección radial $\vec{n}$ y otro en la dirección tangencial $\vec{\tau}$. Fig.8

$$\vec{F}_{CT,i} = -m\,\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') = -m|\vec{\omega}|^2 |\vec{r}'| \vec{n} = -60 \cdot (0,15)^2 \cdot 3\ \vec{n}$$
$$\vec{F}_{CT,i} = -4,1\,\vec{n}\ N$$

$$\vec{F}_{T,i} = -m\frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \vec{r}' = -m\,\vec{\alpha} \wedge \vec{r}' = -m|\vec{\alpha}||\vec{r}'|\vec{\tau} = -60 \cdot 30.10^{-3} \cdot 3\ \vec{\tau}$$
$$\vec{F}_{T,i} = -5,4\,\vec{\tau}\,N$$

d) Los ejes móviles no tienen aceleración de traslación, pero están girando con velocidad angular constante. Se supone también, que el cuerpo se mueve con velocidad $\vec{v}'$ respecto de los ejes móviles.

$$\vec{a}_{O'} = 0; \qquad \vec{\omega} \neq 0; \qquad \frac{d\vec{\omega}}{dt} = 0; \qquad \vec{v}' \neq 0$$

Sustituyendo en [1] queda para la aceleración respecto de los ejes no inerciales

$$m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') - 2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

Donde: $m\vec{a} = \sum \vec{F}\ (interacción);$ $\qquad -m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') = \vec{F}_{CT,i};$ $\qquad -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}' = \vec{F}_{COR}$

El último término $\vec{F}_{COR}$ es la fuerza de Coriolis. En la fig.9 se considera un móvil que se desplaza por la superficie terrestre en el hemisferio Norte, a una latitud λ, a lo largo de un meridiano con sentido hacia el Ecuador terrestre y con la velocidad $\vec{v}'$.

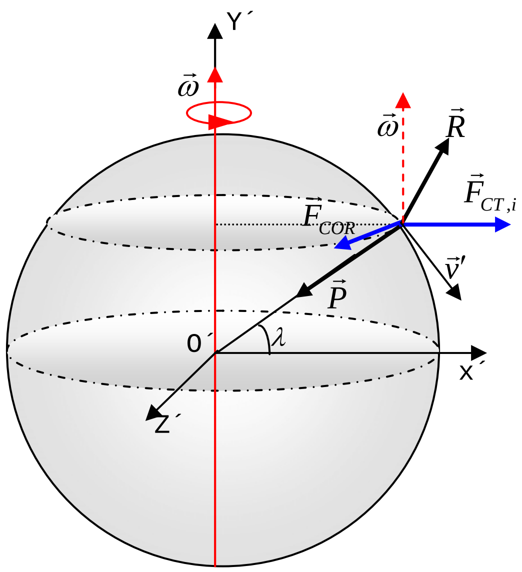


Fig.9

Despreciando el efecto del movimiento de traslación de la Tierra alrededor del Sol, para un observador que gira con la Tierra (sistema no inercial), actúan el peso $\vec{P}$ y la reacción $\vec{R}$ (en general ésta proporciona dos componentes: la reacción normal y la fuerza de rozamiento) y como fuerzas de inercia, la centrífuga $\vec{F}_{CT,i}$ y la de Coriolis $\vec{F}_{COR}$. La primera es perpendicular al eje de rotación terrestre y se fuga del mismo, mientras que la segunda obsérvese que es tangente al paralelo del luga

Tomando dos vectores unitarios en el plano del paralelo, uno en la dirección de la tangente $\vec{\tau}$ y otro en una dirección perpendicular $\vec{n}$ fig.10, las fuerzas de inercia son respectivamente:

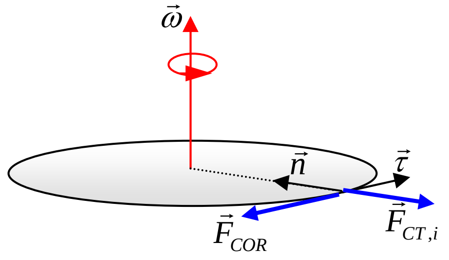


Fig.10

$$\vec{F}_{COR} = -2m\vec{\omega}\wedge\vec{v}' = -2m|\vec{\omega}|\cdot|\vec{v}'|\,sen\left(180^{\circ}-\lambda\right)\vec{\tau}$$

$$\vec{F}_{COR} = -2m|\vec{\omega}||\vec{v}'|\,sen\,\lambda\,\vec{\tau}$$

$$\vec{F}_{CT,i} = -m\vec{\omega}\wedge\left(\vec{\omega}\wedge\vec{r}'\right) = -m|\vec{\omega}|^{2}|\vec{r}'|\vec{n}$$

$$\vec{F}_{CT,i} = -m|\vec{\omega}|^{2}\,R_{T}\cos\lambda\,\vec{n}$$

La aceleración relativa $\vec{a}'$ respecto de los ejes terrestres se determina con la ecuación.

$$m\,\vec{a}' = \vec{R}+\vec{P}-m|\vec{\omega}|^{2}\,R_{T}\cos\lambda\,\vec{n}-2m|\vec{\omega}||\underline{v}'|\,sen\,\lambda\,\vec{\tau}$$

Ejercicio: Un abalorio de masa *m* está insertado en un aro de radio *R*, encontrándose inicialmente en el punto inferior A, fig.11. El aro comienza a girar con velocidad angular constante $\vec{\omega}_{O}$ de modo que el abalorio sube por el mismo. Determinar para un observador situado en unos ejes que giran con el aro:
a) Fuerza que lo hace subir y su valor.
b) Valor de las fuerzas de reacción que actúan sobre el abalorio, mientras se está desplazando.
c) Ángulo que forma con la vertical el radio vector del abalorio, cuando queda en equilibrio.

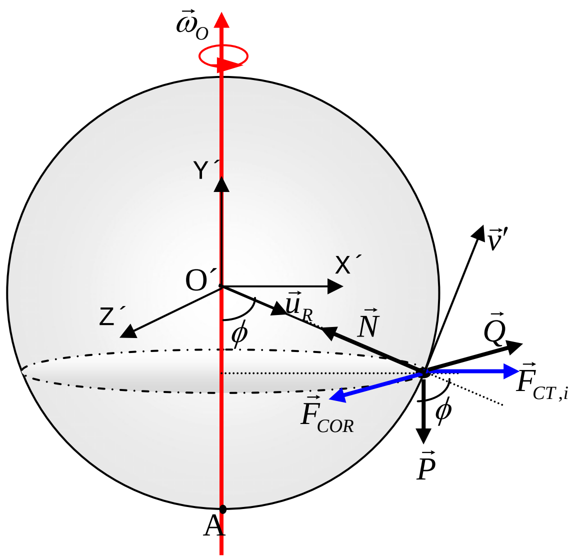


Fig.11

Solución: Tomando unos ejes (O'X'Y'Z') en el centro del aro y que giran con él, actúan las fuerzas de inercia, centrífuga y de Coriolis, mientras que las fuerzas de interacción son el peso $\vec{P}$**,** la reacción normal en dirección radial $\vec{N}$ y la reacción perpendicular al aro $\vec{Q}$ **.**

La fuerza de Coriolis expresada en función de la velocidad respecto de los ejes móviles $\vec{v}'$:

$$\vec{F}_{COR} = -2m|\vec{\omega}||\vec{v}'|\cos\phi\;\vec{\tau}$$

a) La única fuerza que lo hace subir es la fuerza centrífuga de inercia, porque al ser normal al eje de rotación (ver fig.11), da una componente en la dirección tangencial al aro proporcionando una aceleración tangencial y ésta la velocidad $\vec{v}'$.

El valor de $\vec{F}_{CT,i}$ en función del ángulo ϕ es: $\vec{F}_{CT,i} = -m|\vec{\omega}|^{2}\,R\,sen\,\phi\;\vec{n}$

b) El abalorio al subir por el aro gira también alrededor del eje Z´ de modo que existe una fuerza centrípeta apuntando hacia O´. Si se define un vector unitario en la dirección radial $\vec{u}_R$ ésta fuerza centrípeta es la resultante de componer la reacción $\vec{N}$ (apuntando hacia O´) con las componentes radiales de $\vec{P}$ y $\vec{F}_{CT,i}$ (apuntando ambas hacia fuera).

$$\left[-N + P\cos\phi + m\left|\vec{\omega}\right|^2 R\,sen^2\phi\right]\vec{u}_R = m\frac{\left|\vec{v}'\right|^2}{R}\vec{u}_R$$

$$N\,\vec{u}_R = \left[-m\frac{\left|\vec{v}'\right|^2}{R} + P\cos\phi + m\left|\vec{\omega}\right|^2 R\,sen^2\phi\right]\vec{u}_R$$

Las fuerzas $\vec{Q}$ y $\vec{F}_{COR}$ están en una dirección perpendicular al plano del aro. Como su suma es nula pues el abalorio no se sale del aro la reacción $\vec{Q}$ es igual y opuesta a la fuerza de Coriolis.

$$\vec{Q} = -\vec{F}_{COR} = 2m\left|\vec{\omega}\right|\left|\vec{v}'\right|\cos\phi\;\vec{\tau}$$

c) En el equilibrio, la componente tangencial de la $\vec{F}_{CT,i}$ y la del $\vec{P}$ son iguales y opuestas:

$$\left|\vec{F}_{CT,i}\right|\cdot cos\,\phi = \left|\vec{P}\right|\cdot sen\,\phi\;; \qquad m\left|\vec{\omega}\right|^2 R\,sen\,\phi\cdot cos\,\phi = m\cdot g\cdot sen\,\phi\;; \qquad cos\,\phi = \frac{g}{\left|\vec{\omega}\right|^2\cdot R}$$

Ejercicio: Determinar el período de un satélite de masa m_S que gira alrededor de la Tierra, en el Ecuador, en una órbita de radio 2 veces el terrestre R_T y en el mismo sentido de rotación de la Tierra.

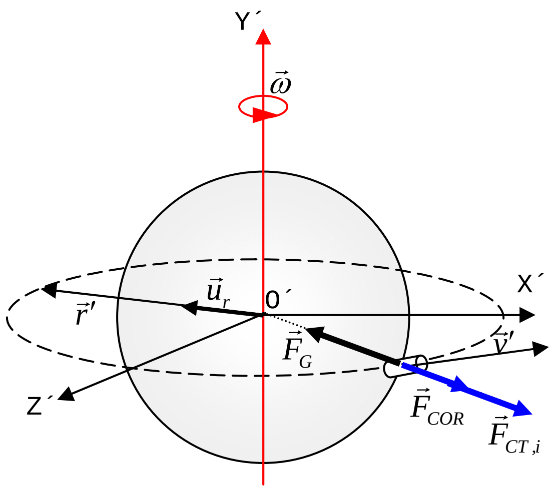


Fig.12

Solución: El problema se va a resolver desde unos ejes en el centro de la Tierra que giran con ella, situados en (O´,X´,Y´,Z´).

Como la velocidad angular $\vec{\omega}$ de nuestro planeta es constante, y el satélite se mueve respecto de él con una velocidad $\vec{v}'$, las fuerzas que actúan sobre el satélite son la de interacción gravitatoria $\vec{F}_G$ y las de inercia, centrífuga y de Coriolis, fig.12. Para la aceleración medida desde los ejes móviles $\vec{a}'$ se puede escribir:

$$m_s\vec{a}' = \vec{F}_G + \vec{F}_{CT,i} + \vec{F}_{COR}$$

En la fig.12 se observa que todas las fuerzas tienen dirección radial y en consecuencia su resultante debe proporcionar la fuerza centrípeta, para que el satélite modifique la dirección del vector velocidad $\vec{v}'$.

Si se define un vector unitario $\vec{u}_r$ en la dirección radial y saliente, Fig.12, se puede escribirse la ecuación anterior.

$$-m_s \frac{|\vec{v}'|^2}{|\vec{r}'|}\vec{u}_r = -m_s \frac{|\vec{v}'|^2}{2\cdot R_T}\vec{u}_r = \left[-G\frac{M_T \cdot m_s}{(2\cdot R_T)^2} + m_s \cdot |\vec{\omega}|^2 \cdot 2R_T + 2\, m_s \cdot |\vec{\omega}|\cdot|\vec{v}'|\right]\vec{u}_r$$

La velocidad angular de la Tierra.

$$|\vec{\omega}| = \frac{2\pi}{T_T}$$

La velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra:

$$|\vec{v}'| = \frac{2\pi \cdot |\vec{r}'|}{T_s} = \frac{2\pi \cdot 2R_T}{T_s} = \frac{4\pi \cdot R_T}{T_s}$$

Para determinar el periodo del satélite se sustituyen estos valores de $|\vec{\omega}|$ y de $|\vec{v}'|$ y operando resulta finalmente.

$$\frac{1}{T_s} = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{32\,\pi^2 \cdot R_T^3}} - \frac{1}{T_T}$$

- En el supuesto de que el satélite girase respecto de la Tierra en sentido contrario al de ésta, entonces la fuerza de Coriolis actúa en sentido contrario al del caso anterior y apunta hacia el centro de la Tierra, O´. Realizando los nuevos cálculos se obtiene para el periodo del satélite.

$$\frac{1}{T_s} = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{32\,\pi^2 \cdot R_T^3}} + \frac{1}{T_T}$$

Aplicación:

Tomando para la Tierra los siguientes datos:

R_T = 6370 km; *M_T =5,98.10^{24} kg;* $G = 6{,}67.10^{-11}\,\frac{N\cdot m^2}{kg^2}$ *;* *T_T = 86 400 s*

- Cuando el satélite gira en el sentido de rotación de la Tierra, resulta:

$$\frac{1}{T_s} = \sqrt{\frac{G\cdot M_T}{32\,\pi^2 \cdot R_T^3}} - \frac{1}{T_T} = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}\cdot 5{,}98.10^{24}}{32\,\pi^2 .\left(6370.10^3\right)^3}} - \frac{1}{86400}$$

T_s = 17 145s = 4h 45min 45s

- Si el satélite girase en sentido contrario al de rotación de la Tierra, resulta:

$$\frac{1}{T_s} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{32\pi^2 \cdot R_T^3}} + \frac{1}{T_T} = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11} \cdot 5,98.10^{24}}{32\pi^2 .\left(6370.10^3\right)^3}} + \frac{1}{86400}$$

T_s = *12 274s= 3h 24min 34s*