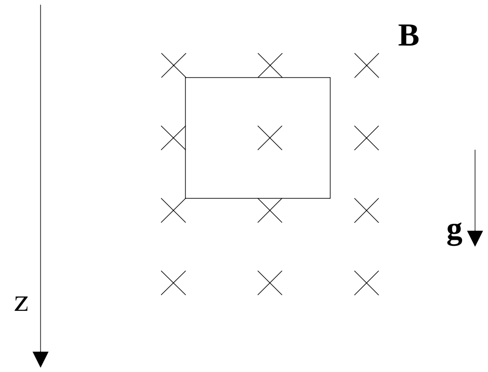
PROBLEMAS VARIADOS 9

81.-A un cuadrado de alambre de masa m, lado a y resistencia eléctrica R se le comunica una cierta velocidad horizontal. El cuadro se mueve en el campo gravitatorio terrestre y a la vez en una región donde existe un campo magnético B, siendo el vector B perpendicular al vector g, del modo que indica la figura inferior

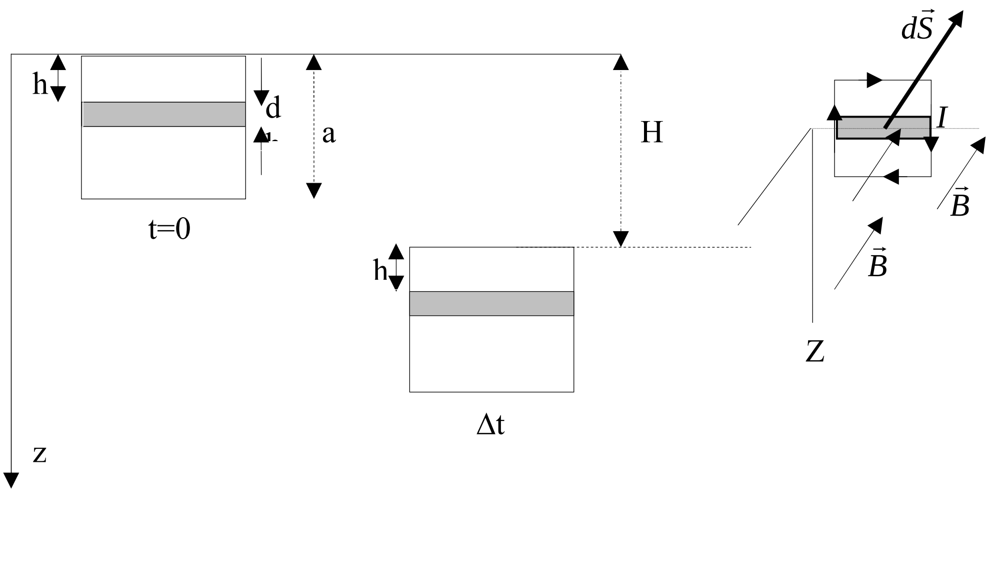


El módulo del vector B varía con la altura según la ecuación

$$B = B_0 + kz$$

En la que k es una constante y z es la altura contada en dirección vertical hacia abajo. El cuadro se desplaza con velocidad v constante. Determinar la velocidad inicial v_o que se imprimió al cuadro.

En el caso de no existir el campo magnético, el movimiento del centro de masas del cuadro estaría compuesto por un movimiento uniforme horizontal con velocidad v_o y uno uniformemente acelerado debido al campo gravitatorio y la trayectoria del citado centro de masas sería una parábola.
Al existir un campo magnético que varía según z, resulta que en el cuadro se induce una fuerza electromotriz y por consiguiente una corriente eléctrica que lo recorre.
Vamos a calcular la fuerza electromotriz inducida en el cuadrado debido a su desplazamiento vertical, para ello asignamos de modo convencional a la corriente el sentido indicado en el dibujo.



Cuando el cuadrado está en la posición t=0 , el flujo magnético que atraviesa la superficie sombreada es:

$$d\Phi = B\cdot dS = \left(B_o + kh\right)\cdot a\ \ dh = B_o a\ \ dh + kah\ \ dh$$

El flujo que atraviesa todo el cuadrado se obtiene integrando la expresión anterior desde h=0 a h=a

$$\int d\Phi = \Phi_{t=0} = \int_0^a B_o a\ \ dh + \int_o^a kah\ \ dh = B_o a^2 + \frac{ka^3}{2}$$

Cuando el cuadrado ocupa la posición Δt, esto es, que entre la primera y la segunda posición ha transcurrido ese tiempo, el flujo que atraviesa la superficie sombreada vale:

$$d\Phi = B\cdot dS = \left[B_o + k\left(H+h\right)\right]\cdot a\ \ dh = B_o a\ \ dh + kaH\ \ dh + kah\ \ dh$$

El flujo que atraviesa todo el cuadrado se obtiene integrando la expresión anterior desde h=H a h=H+a

$$\Phi_{\Delta t} = \int_H^{H+a} B_o a\ \ dh + \int_H^{H+a} kaH\ \ dh + \int_H^{H+a} kah\ \ dh$$

$$\Phi_{\Delta t} = B_o a\left(H + a - H\right) + kaH\left(H + a - H\right) + ka\left[\frac{\left(H+a\right)^2 - H^2}{2}\right]$$

La fuerza electromotriz inducida en el cuadrado es:

$$\varepsilon = -\frac{\Phi_{\Delta t} - \Phi_{t=0}}{\Delta t} = -\frac{B_o a^2 + \frac{ka^3}{2} - B_o a^2 - ka^2 H - ka\left(\frac{H^2 + a^2 + 2aH - H^2}{2}\right)}{\Delta t}$$

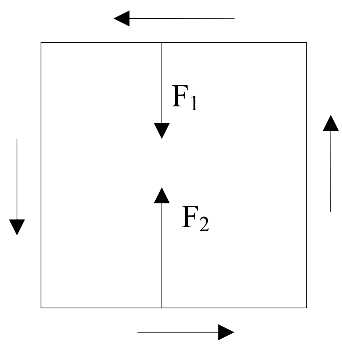
Si admitimos que Δt es muy pequeño, entonces $H = v_y\Delta t$, siendo v_y la velocidad del cuadro en dirección vertical

$$\varepsilon = -\frac{ka^2 v_y \Delta t + ka^2 v_y \Delta t}{\Delta t} = -2ka^2 v_y$$

La intensidad de la corriente que recorre el cuadrado es:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{2ka^2 v_y}{R}$$

Sobre el lado superior del cuadrado y el inferior aparecen fuerzas por interacción de esta corriente con el propio campo magnético. Sobre los lados verticales aparecen fuerzas que al tener el mismo módulo y sentido contrario se anulan.



La fuerza magnética en el lado superior es:

$$F_1 = I\cdot a\cdot\left(B_o + kH\right)$$

Y en el lado inferior:

$$F_2 = I\cdot a\cdot\left[B_o + k\left(H+a\right)\right]$$

La resultante de estas dos fuerzas es vertical y dirigida hacia arriba

$$F_R = F_2 - F_1 = Ia^2k = \frac{2ka^2v_y}{R}a^2k = \frac{2k^2a^4v_y}{R}$$

Si la velocidad es constante esta fuerza debe equilibrar al peso del cuadrado, para que la suma de ambas sea nula.

$$\frac{2k^2a^4v_y}{R} = mg \quad \Rightarrow \quad v_y = \frac{mgR}{2k^2a^4}$$

La velocidad inicial horizontal v_o y la vertical v_y forman un ángulo de 90º y dan como resultante una velocidad constante v, por tanto

$$v^2 = v_o^2 + v_y^2 \quad \Rightarrow \quad v_o = \sqrt{v^2 - v_y^2} = \sqrt{v^2 - \left(\frac{mgR}{2k^2a^4}\right)^2}$$

82.- Una resistencia R y un condensador C pueden colocarse en serie o en paralelo. La impedancia en el primer caso es el doble que en el segundo para una cierta pulsación ω. ¿Cuál es el valor de esa pulsación?

Cuando están colocados en serie la impedancia del circuito es

$$Z_s = R - \frac{1}{C\omega}i$$

Cuando están colocados en paralelo la impedancia es:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{R} + \frac{1}{-\frac{1}{C\omega}i} = \frac{1}{R} + C\omega\ i = \frac{1 + RC\omega\ i}{R} \Rightarrow Z_p = \frac{R}{1 + RC\omega\ i} = \frac{R(1 - RC\omega\ i)}{1 + R^2C^2\omega^2}$$

Como $\qquad Z_s = 2Z_p \quad \Rightarrow \quad R - \frac{1}{C\omega}i = \frac{2R}{1 + R^2C^2\omega^2} - \frac{2R^2C\omega\ i}{1 + R^2C^2\omega^2}$

De la igualdad anterior se deduce que las partes reales sean iguales y también las imaginarias

$$R = \frac{2R}{1 + R^2C^2\omega^2} \Rightarrow \quad 1 + R^2C^2\omega^2 = 2 \Rightarrow \quad R^2C^2\omega^2 = 1 \Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{RC}$$

$$-\frac{1}{C\omega} = -\frac{2R^2C\omega}{1 + R^2C^2\omega^2} \Rightarrow \quad 2R^2C^2\omega^2 = 1 + R^2C^2\omega^2 \Rightarrow \quad R^2C^2\omega^2 = 1 \Rightarrow \quad \omega = \frac{1}{RC}$$

83.- Se disponen de n pilas iguales, cada una con un fuerza electromotriz ε y una resistencia interna r. Con ellas se forman β grupos cada uno de ellos con α pilas en serie. Los grupos β se asocian en paralelo. El conjunto de pilas se unen a una resistencia externa R. Se piden los valores de α y β para que la intensidad de la corriente que atraviese la

resistencia R sea la máxima posible y también el valor de dicha intensidad.

Cada uno de los grupos β tiene una fuerza electromotriz αε. Al ponerlos en paralelo el conjunto tiene esa fuerza electromotriz. Veamos ahora cuál es la resistencia eléctrica del conjunto. Cada grupo β tiene α pilas en serie por tanto la resistencia es αr. Como existen β grupos asociados en paralelo la resistencia total R_e es:

$$\frac{1}{R_e}=\frac{1}{\alpha r}+\frac{1}{\alpha r}+.....=\frac{\beta}{\alpha r}\quad\Rightarrow\quad R_e=\frac{\alpha r}{\beta}$$

En definitiva es como si tuviésemos una pila de fuerza electromotriz αε y una resistencia interna $\frac{\alpha r}{\beta}$, la cual se une a una resistencia externa R. Aplicamos la ley de Ohm generalizada:

$$i=\frac{\alpha\varepsilon}{R+\frac{\alpha r}{\beta}}$$

α y β están relacionadas entre sí : n = αβ ; sustituyendo en la intensidad nos queda

$$i=\frac{\alpha\varepsilon}{R+\frac{\alpha r}{\beta}}=\frac{\alpha\varepsilon}{R+\frac{\alpha^2 r}{n}}=\frac{n\alpha\ \varepsilon}{nR+\alpha^2 r}$$

Como la intensidad es máxima derivamos la función anterior respecto de la variable α e igualamos a cero

$$\frac{di}{d\alpha}=\frac{\left(nR+\alpha^2 r\right)n\varepsilon-n\alpha\ \varepsilon\cdot 2\alpha\ r}{\left(nR+\alpha^2 r\right)^2}=0\Rightarrow\quad nR+\alpha^2 r=2\alpha^2 r\Rightarrow\quad \alpha=\sqrt{\frac{nR}{r}}$$

$$\beta=\frac{n}{\sqrt{\frac{nR}{r}}}=\frac{n\sqrt{r}}{\sqrt{nR}}=\sqrt{\frac{nr}{R}}$$

Para hallar el valor de la intensidad máxima sustituimos los valores de α en la ecuación de la intensidad.

$$i=\frac{n\alpha\ \varepsilon}{nR+\alpha^2 r}=\frac{n\sqrt{\frac{nR}{r}}\cdot\varepsilon}{nR+\frac{nR}{r}\cdot r}=\frac{\varepsilon}{2R}\sqrt{\frac{nR}{r}}=\frac{\varepsilon}{2}\sqrt{\frac{n}{Rr}}$$

Planteamos ahora la siguiente situación. Tenemos 60 pilas de resistencia interna cada una r =1 Ω y las vamos a utilizar todas agrupándolas con distintos valores de α y β. Los casos posibles, con sus resistencias internas de la agrupación son:

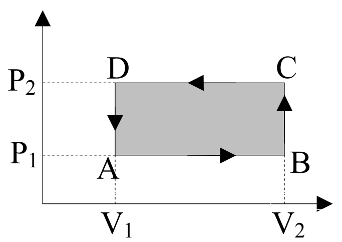
α	1	2	3	4	5	6	10	12	15	20	30	60
β	60	30	20	15	12	10	6	5	4	3	2	1
Ri/Ω	0,016	0,066	0,15	0,266	0,416	0,6	1,66	2,4	3,75	6,66	15	60

Los valores de la resistencia exterior R si coinciden con los de la resistencia interna Ri, darán lugar a máximos de intensidad, por ejemplo si R = 15 Ω, entonces la disposición estaría formada por dos agrupaciones de 30 pilas cada una y ambas colocadas en paralelo Si R esta comprendida entre dos valores de Ri una de las dos proporciona la máxima intensidad o ambas la misma, por ejemplo, si elegimos 5,5 Ω entonces caben dos posibilidades: 4 agrupaciones de 15 pilas o 3 agrupaciones de 20 pilas .La decisión entre las dos depende de la intensidad que proporcionen

$$i=\frac{\alpha\varepsilon}{R+\frac{\alpha r}{\beta}}=\frac{15\varepsilon}{5{,}5+\frac{15}{4}}=1{,}62\varepsilon \quad ; \quad i=\frac{20\varepsilon}{R+\frac{\alpha r}{\beta}}=\frac{20\varepsilon}{5{,}5+\frac{20}{3}}=1{,}64\varepsilon$$

Si R> 60 Ω , entonces la máxima intensidad la dará la agrupación en que todas las pilas se dispongan en serie y si R<0,016 Ω la agrupación que dará mayor intensidad es colocar todas las pilas en paralelo.

84.- Un mol de un gas ideal realiza el ciclo indicado en la figura inferior



Calcular para cada una de las transformaciones y para el ciclo completo el trabajo y el calor puesto en juego, expresando los resultados en función de los parámetros que aparecen en la figura y el coeficiente adiabático γ.

El criterio de signos utilizado es que el trabajo y el calor son positivos cuando se dan al sistema desde el exterior y son negativos cuando el sistema los proporciona al exterior.

$$W_{AB}=-P_1(V_2-V_1)\ ;\ W_{BC}=0\ ;\ W_{CD}=-P_2(V_1-V_2)\ ;\ W_{DA}=0$$

$$W_{ciclo}=W_{AB}+W_{CD}=-P_1(V_2-V_1)-P_2(V_1-V_2)=(V_1-V_2)(P_1-P_2)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow W_{ciclo}=(P_2-P_1)(V_2-V_1)$$

El trabajo W_{AB} lo hace el sistema, el trabajo W_{CD} lo hace el exterior sobre el sistema

Según el primer principio de la termodinámica

$$\Delta H=Q_{P=Cte}=\int_{T_A}^{T_B}C_p\,dT=C_p(T_B-T_A)$$

Según la ecuación de los gases perfectos:

$$P_1V_1=RT_A \quad\Rightarrow T_A=\frac{P_1V_1}{R};\quad P_1V_2=RT_B \quad ; \quad T_B=\frac{P_1V_2}{R}$$

Transformación AB

$$\Delta H = Q_{P=Cte} = \int_{T_A}^{T_B} C_p dT = C_P(T_B - T_A) = C_p\left(\frac{P_1V_2}{R} - \frac{P_1V_1}{R}\right) = \frac{C_P P_1}{R}(V_2 - V_1) =$$

$$= \frac{C_P}{C_p - C_V} P_1(V_2 - V_1) = \frac{1}{1 - \frac{C_V}{C_p}} P_1(V_2 - V_1) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\gamma}} P_1(V_2 - V_1) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_1(V_2 - V_1)$$

Transformación BC

$$\Delta U = Q_{V=Cte} = \int_{T_B}^{T_C} C_V dT = C_V(T_C - T_B) = C_V\left(\frac{P_2V_2}{R} - \frac{P_1V_2}{R}\right) = \frac{C_V V_2}{R}(P_2 - P_1) =$$

$$= \frac{C_V}{C_p - C_V} V_2(P_2 - P_1) = \frac{1}{\frac{C_P}{C_V} - 1} V_2(P_2 - P_1) = \frac{1}{\gamma - 1} V_2(P_2 - P_1)$$

Transformación CD

Por analogía con lo calculado para la transformación AB

$$\Delta H = Q_{P=cte} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} P_2(V_1 - V_2)$$

Transformación DA

Por analogía con lo calculado para la transformación BC

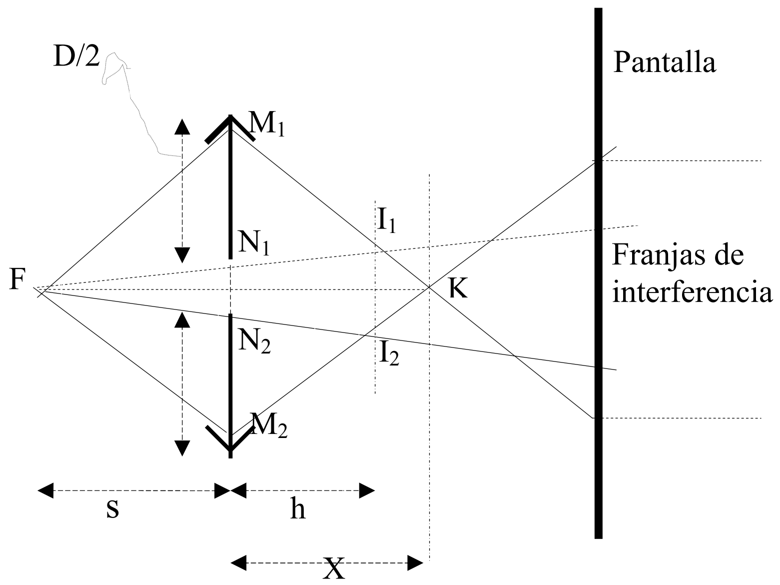
$$\Delta U = Q_{V=cte} = \frac{1}{\gamma - 1} V_1(P_1 - P_2)$$

Para el ciclo completo

La variación de energía interna al realizar un ciclo es cero.

$$\Delta U = 0 = Q + W \Rightarrow Q = -W = -(P_2 - P_1)(V_2 - V_1) = (P_1 - P_2)(V_2 - V_1)$$

85.- Una lente convergente de distancia focal 50 cm y diámetro D = 5 cm, se corta por la mitad y ambas mitades se separan una distancia de 5 mm. De esta manera se construye una bilente de Billet que permite obtener interferencias de la luz. La figura inferior muestra esquemáticamente el proceso. F es un foco luminoso situado a s = 100 cm de la lente, y cada una de las partes de la lente forma una imagen en I_1 e I_2, los cuales son focos coherentes: a partir del punto K interfieren los dos haces de luz los cuales al llegar a la pantalla forman figuras de interferencia. Determinar la distancia de K a la lente



Cada una de las mitades de la lente forma una imagen real, éstas son I_1 e I_2.La distancia N_1N_2 = d = 5 mm es muy pequeña, por lo que calculamos las posiciones de I_1 e I_2 mediante la fórmula de una lente delgada.

$$-\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f'}\Rightarrow \quad -\frac{1}{-100}+\frac{1}{h}=\frac{1}{50}\Rightarrow \quad \frac{1}{h}=\frac{1}{100} \quad \Rightarrow \quad h=100 \text{ cm}$$

Para calcular la distancia en vertical I_1I_2 comparamos los triángulos semejantes FN_1N_2 y FI_1I_2

$$\frac{d}{s}=\frac{I_1I_2}{s+h}\Rightarrow I_1I_2=\frac{d(s+h)}{s}=\frac{0{,}5\cdot 200}{100}=1 \text{ cm}$$

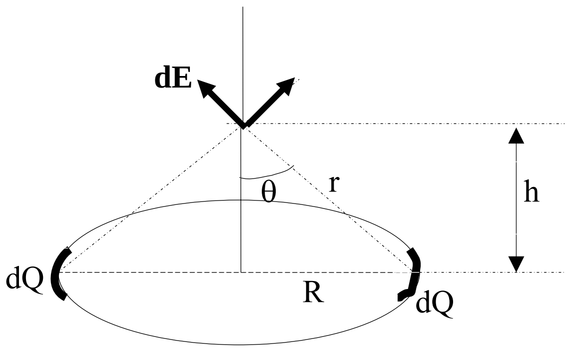
Para calcular la distancia X comparamos los triángulos semejantes KM_1M_2 y KI_1I_2.

$$\frac{M_1M_2}{X}=\frac{I_1I_2}{X-h}\Rightarrow \quad \frac{5+0{,}5}{X}=\frac{1}{X-100}\Rightarrow \quad 5{,}5X-550=X\Rightarrow \quad X=122 \text{ cm}$$

86.-Un aro (asimilable a una circunferencia de radio R) tiene distribuida de forma uniforme una carga Q. El aro esta situado en el plano XY y el eje Z es perpendicular al plano del anillo y pasa por su centro. Se pide calcular el campo eléctrico $\vec{E}$ en cualquier punto +h del eje Z positivo y determinar el valor de h para el cual el módulo de $\vec{E}$ es el máximo. Dibujar la gráfica de E frente a h cuando R= 10 cm y Q = 10^{-9} C

Dato $\frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o} = 9.10^9\ Nm^2/C^2$

En la figura inferior se representan los campos que crean dos trozos infinitesimales del aro en un punto +h del eje Z. Se observa que esos campos tienen componentes iguales y opuestas en la dirección del eje X y que, por tanto, al sumar estas componentes se anulan, mientras que las del eje Z tienen la misma dirección y sentido. Luego el campo tiene la dirección positiva del eje Z y es la componente de **dE** sobre el citado eje Z, cuyo valor en módulo es dE cos θ.



$$dE_Z = dE \cdot \cos\theta = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{dQ}{r^2} \cdot \cos\theta$$

El modulo del campo E_Z se obtiene integrando la expresión anterior

$$E_Z = \int_o^Q \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{dQ}{r^2} \cdot \cos\theta = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{Q}{r^2} \cdot \cos\theta$$

Introduciendo el valor de h .

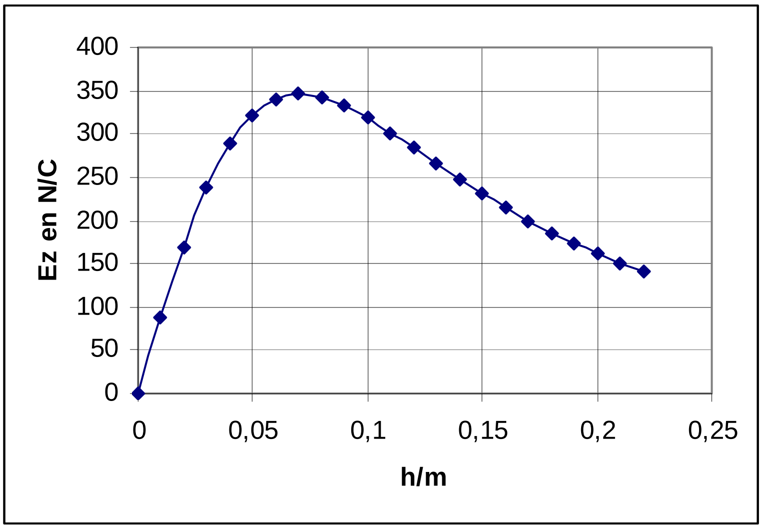
$$r^2 = R^2 + h^2 \qquad ; \qquad \cos\theta = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}}$$

$$E_Z = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{Q}{r^2} \cdot \cos\theta = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{Q}{R^2 + h^2} \cdot \frac{h}{\sqrt{R^2 + h^2}} = \frac{1}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{Q}{\left(R^2 + h^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

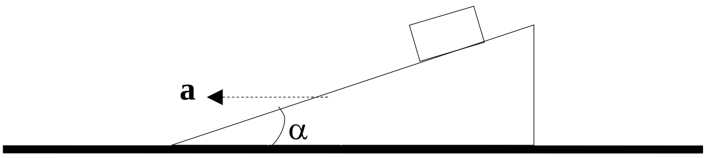
Para hallar el valor de E_Z máximo derivamos la anterior función respecto de h e igualamos a cero

$$\frac{dE_Z}{dh}=\frac{Q}{4\pi\ \varepsilon_o}\frac{\left(R^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}-h\cdot\frac{3}{2}\left(R^2+h^2\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 2h}{\left(R^2+h^2\right)^3}=0\Rightarrow\left(R^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}-3h^2\left(R^2+h^2\right)^{\frac{1}{2}}=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad R^2+h^2=3h^2\Rightarrow\quad h=\frac{R}{\sqrt{2}}=\frac{R\sqrt{2}}{2}$$

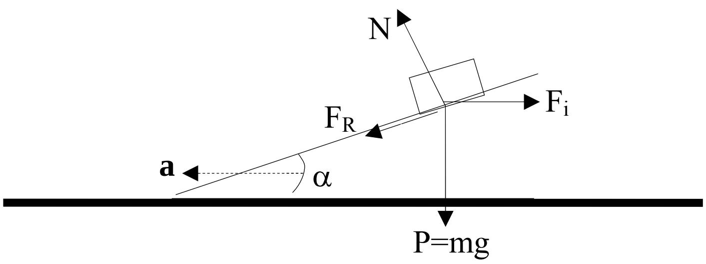


87.-Un prisma cuyo ángulo es α se mueve por un suelo horizontal sin rozamiento con una aceleración constante paralela al suelo. Sobre él está situado un cuerpo.



Determinar el valor de la aceleración del prisma para la que el cuerpo comience a deslizarse hacia arriba del prisma. El coeficiente de rozamiento entre el prisma y el cuerpo es μ.

En la figura inferior está dibujado el diagrama de fuerzas para el cuerpo con inclusión de la fuerza de inercia ya que el sistema elegido está acelerado



F_i= ma , fuerza de inercia
P= mg , peso del cuerpo
$F_R = \mu$ N , fuerza de rozamiento
N = normal, fuerza con que el plano empuja al cuerpo

Descomponiendo las fuerzas sobre dos ejes perpendiculares, X e Y, siendo el X Paralelo al plano y el Y perpendicular al mismo, resulta:

$$\left.\begin{array}{c} F_i \cos\alpha = F_R + mg \ \mathrm{sen}\alpha \\ N = mg \ \cos\alpha + F_i \ \mathrm{sen}\alpha \\ F_R = \mu N \end{array}\right\}$$

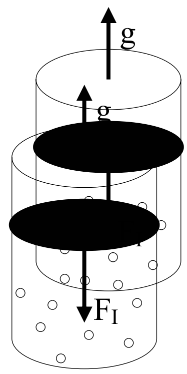
Combinando las tres ecuaciones se llega a:

$$\begin{aligned} & F_i \cos\alpha = \mu \ mg \ \cos\alpha + \mu \ F_i \mathrm{sen}\alpha + mg \ \mathrm{sen}\alpha \Rightarrow \\ & \Rightarrow ma(\cos\alpha - \mu \ \mathrm{sen}\alpha) = mg(\mu\cos\alpha + \mathrm{sen}\alpha) \Rightarrow \\ & \Rightarrow a(1 - \mu \ \mathrm{tag}\alpha) = g(\mu + \mathrm{tag}\alpha) \quad \Rightarrow \quad a = g\frac{\mu + \mathrm{tag}\alpha}{1 - \mu \ \mathrm{tag}\alpha} \end{aligned}$$

88.-Un cilindro que contiene un gas que ocupa un volumen V, posee un émbolo móvil de sección S y masa m. Si al cilindro se le comunica una aceleración 2g vertical y hacia arriba, se observa que el volumen del gas disminuye a 2/3 V. Calcular la masa del cilindro en el supuesto de que la temperatura del gas no varíe.

Designamos con P_o a la presión exterior, con V al volumen del gas contenido en el cilindro y con T su temperatura. Cuando el cilindro se encuentra en reposo las coordenadas del gas son:

$$P_o + \frac{mg}{S}, \ V \ , \ T$$



Cuando el cilindro se acelera verticalmente hacia arriba, aparece sobre el émbolo una fuerza de inercia vertical F_1 y de sentido contrario a la aceleración. Esta fuerza de inercia vale: F_1 =ma = m 2g y crea una presión adicional de valor, $\frac{m \ 2g}{S}$ por lo que las nuevas coordenadas del gas son:

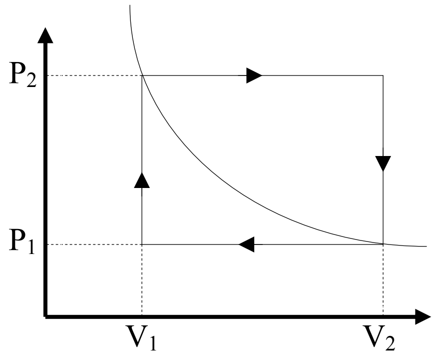
$$P_o + \frac{mg}{S} + m\,2g \ , \ \frac{2}{3} \ V, \ T$$

Aplicamos la ley de los gases perfectos

$$\frac{\left(P_o+\frac{mg}{S}\right)V}{T}=\frac{\left(P_o+\frac{mg}{S}+\frac{m\,2g}{S}\right)\frac{2}{3}V}{T}\Rightarrow\quad 3P_o+\frac{3mg}{S}=2P_o+\frac{2mg}{S}+\frac{4mg}{S}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad P_oS=3mg\quad\Rightarrow\quad m=\frac{P_oS}{3g}$$

89.-Un mol de un gas perfecto describe el ciclo termodinámico indicado en la figura inferior



Los puntos de coordenadas (P_2 ,V_1) y (P_1 ,V_2) se encuentran sobre una isoterma de temperatura T_2 . Las otras temperaturas son T_1 y T_3 . Se pide el trabajo realizado en un ciclo en función de la constante R de los gases y las temperaturas T_1 y T_3.

El trabajo se mide por el área abarcada por el ciclo

$$W=(P_2-P_1)\cdot(V_2-V_1)=P_2V_2-P_2V_1-P_1V_2+P_1V_1=RT_3-RT_2-RT_2+RT_1\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad W=R(T_3+T_1)-2RT_2\quad(1)$$

Buscamos una relación entre T_2 con T_1 y T_3

$$\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_1}{T_2}\Rightarrow\frac{P_1}{T_1}=\frac{P_2}{T_2}\qquad;\qquad\frac{P_1V_2}{T_2}=\frac{P_2V_2}{T_3}\Rightarrow\frac{P_1}{T_2}=\frac{P_2}{T_3}$$

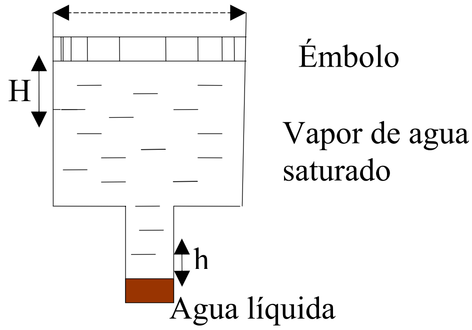
A partir de las últimas ecuaciones se deduce que

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{T_2}{T_3}\quad\Rightarrow\quad T_2=\sqrt{T_1T_3}$$

Llevando la ecuación anterior a la (1)

$$W = R(T_3 + T_1) - 2R\sqrt{T_1 T_3} = R\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}\right)^2$$

90.-En la vasija de la figura inferior, que consta de dos cilindros, el mayor de diámetro D y el menor d, hay una masa de agua líquida que está en equilibrio con su vapor saturado. Se mantiene la temperatura constante T, y se desplaza el émbolo hacia abajo una altura H y como consecuencia de ello se condensa agua de modo que la altura del agua se eleva en el cilindro inferior una altura h.



Calcular la tensión del vapor de agua saturado a la temperatura T. La masa molar del agua es M y la densidad en estado líquido ρ. Suponer que el vapor de agua saturado se comporta como un gas perfecto.

Designamos con V el volumen ocupado inicialmente por el vapor saturado y por V´ el ocupado cuando el nivel del émbolo desciende una altura H.

$$V - V' = \frac{\pi D^2}{4} H$$

Aplicamos la ley de los gases perfectos

$$pV = nRT \quad ; \quad pV' = n'RT \quad \Rightarrow \quad p(V - V') = (n - n')RT$$

p es la presión del vapor de agua saturado a la temperatura T, n el número de moles iniciales de vapor de agua y n´ después de bajar el émbolo. La diferencia n-n´ son los moles de agua que han condensado en el cilindro inferior y que han elevado la altura del agua en h. La masa de agua condensada

$$v_{H_2O} = \frac{\pi d^2}{4} h \quad \Rightarrow \quad m_{H_2O} = \frac{\pi d^2}{4} h\rho$$

Si la masa de agua condensada la dividimos por su masa molar nos resulta los moles de agua condensados

$$n - n' = \frac{\frac{\pi d^2}{4} h\rho}{M}$$

$$p \cdot \frac{\pi D^2}{4} H = \frac{\frac{\pi d^2}{4} h \rho}{M} RT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\rho}{M} \frac{h}{H} \frac{d^2}{D^2} RT$$