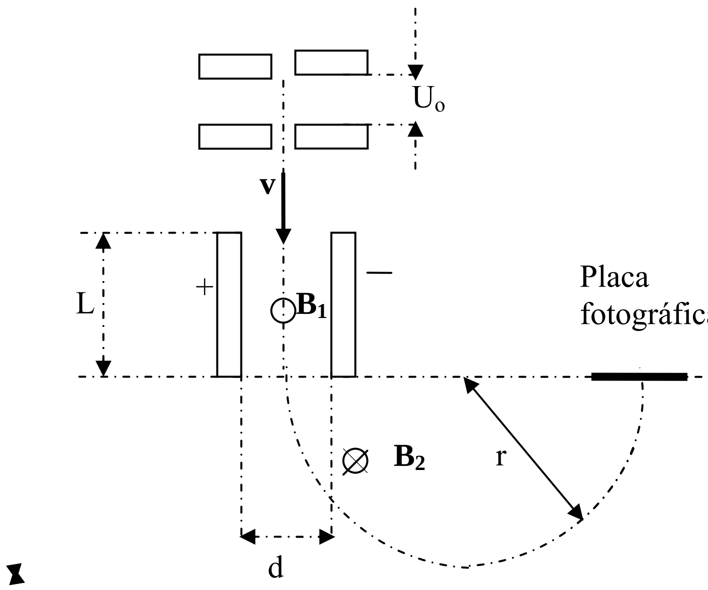
PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA DE FISICA EN SUIZA

1.- Se aceleran partículas de masa m y carga q hasta que adquieren una velocidad v mediante una tensión de aceleración U_o.
Después pasan entre las placas de un condensador cuya tensión entre placas es U_1 y en el que también existe un campo magnético B_1 perpendicular al papel y dirigido hacia el lector (ver la figura) . A la salida del condensador existe otro campo magnético B_2 perpendicular al plano del papel pero dirigido hacia dentro. Este campo obliga a las partículas a describir una circunferencia de radio r; al final de esta trayectoria las partículas inciden sobre una placa fotográfica



Longitud de las placas del condensador , L = 50 cm ,
Distancia entre las placas del condensador, D= 10 cm
r = 10 cm, U_1= 4,6 kV, B_1= 230 mT , B_2= 20,7 mT

a) Indicar cómo son las fuerzas que actúan sobre una partícula que penetra en el condensador si su carga es positiva o negativa

b) Calcular el valor de la velocidad v para una partícula que sigue una trayectoria recta dentro del condensador.

c) A partir del valor de r en el campo B_2 establecer la relación q/m de la partícula

d) A partir de las características de las siguientes partículas determinar cuál es probable que sea la del apartado c.

Partícula α ; partícula β, protón, deuterón, ión S^{2-} (16 protones, 18 neutrones , 18 electrones)
e) Supongamos que con la velocidad v penetra un electrón en el condensador ¿Indicar en qué lugar terminaría su trayectoria si se suprime el campo magnético B_1?

Datos: masa del protón $\approx$ masa del neutrón = $1{,}67.10^{-27}$ kg
Masa del electrón $9{,}1.10^{-31}$ kg, carga del electrón = $-1{,}6.10^{-19}$ C
Olimpiadas de Suiza, 1996

a) El campo eléctrico entre las armaduras del condensador está dirigido desde la placa positiva a la negativa, por tanto habrá una fuerza eléctrica que es el producto de la carga por el campo, si la carga es positiva la fuerza eléctrica está dirigida en el sentido del campo (hacia la derecha en la figura) y si es negativa en sentido contrario (hacia la izquierda). Además aparece una fuerza magnética dada por la expresión

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

El producto vectorial $\vec{v} \times \vec{B}$ es un vector que tiene la dirección del campo eléctrico y dirigido hacia la placa positiva, por tanto si q es positiva la fuerza magnética se dirige hacia la izquierda y si q es negativa hacia la derecha.
La figura 1 indica las fuerzas.

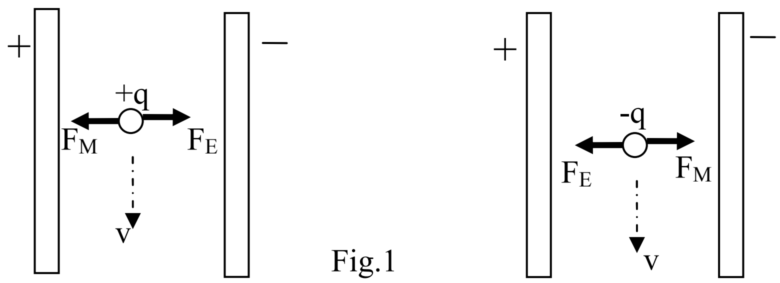


Fig.1

b) La figura 1, nos indica que para que la trayectoria sea recta la suma vectorial de las fuerzas eléctrica y magnética debe ser cero, luego los módulos de esas fuerzas deben ser iguales.

$$F_E = F_M \quad \Rightarrow \quad qE = qvB_1 \quad \Rightarrow \quad v = \frac{E}{B} = \frac{U_1}{B_1 d} = \frac{4{,}6.10^3}{230.10^{-3} \cdot 10.10^{-2}} = 2.10^5 \, \frac{m}{s}$$

c) La partícula para recorrer la circunferencia de radio r necesita de una fuerza centrípeta que es precisamente la fuerza de interacción magnética

$$qvB_2 = \frac{mv^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \frac{q}{m} = \frac{v}{B_2 r} = \frac{2.10^5}{20{,}7.10^{-3} \cdot 10.10^{-2}} = 9{,}7.10^7 \, \frac{C}{kg} = 9{,}7.10^7 \, \frac{As}{kg}$$

d) Relación de la carga a la masa de las partículas en valor absoluto.
Partícula α , núcleo de helio con dos protones y dos neutrones

$$\frac{2 \cdot 1{,}6.10^{-19} C}{4 \cdot 1{,}67.10^{-27}} = 4{,}8.10^7 \, \frac{As}{kg}$$

Partícula β, es un electrón

$$\frac{1{,}6.10^{-19} C}{9{,}1.10^{-31}} = 1{,}76.10^{11} \, \frac{As}{kg}$$

Protón

$$\frac{1{,}6.10^{-19} C}{1 \cdot 1{,}67.10^{-27}} = 9{,}6.10^7 \, \frac{As}{kg}$$

Deuterón, núcleo de un isótopo del hidrogeno, un protón y un neutrón

$$\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\,C}{2\cdot 1{,}67.10^{-27}} = 4{,}8.10^{7}\,\frac{As}{kg}$$

Ión S^{2-},16 protones y 18 neutrones

$$\frac{2\cdot 1{,}6.10^{-19}\,C}{34\cdot 1{,}67.10^{-27}} = 5{,}6.10^{6}\,\frac{As}{kg}$$

A la vista de los resultados anteriores se trata de un protón.

e) Al suprimir el campo magnético solamente queda la fuerza eléctrica que acelera el electrón hacia la placa positiva. El movimiento del electrón es el resultado de un movimiento uniforme paralelo al eje X y otro uniformemente acelerado según el eje Y (fig.2)

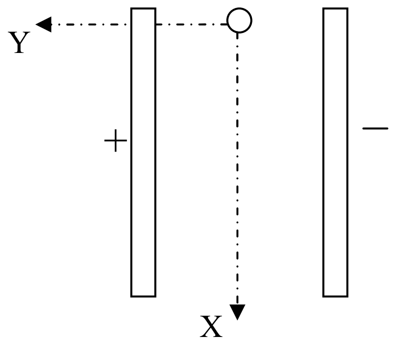


Fig.2

Las ecuaciones del movimiento son:

$$x = vt$$

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 = \frac{1}{2}\frac{qU_1}{md}t^2$$

Calculamos el valor de la coordenada x del electrón cuando éste llegue a la placa positiva, entonces y=d/2.

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2}\frac{qU_1}{md}t^2 \Rightarrow t = d\sqrt{\frac{m}{qU_1}} \Rightarrow \quad x = vd\sqrt{\frac{m}{qU_1}} = 2.10^5\cdot 0{,}1\sqrt{\frac{9{,}1.10^{-31}}{1{,}6.10^{-19}\cdot 4{,}6.10^{3}}} = 7.10^{-4}\,m$$

El resultado anterior indica que el electrón apenas entra en el condensador choca contra la placa positiva.

2.- En un experimento sobre el efecto fotoeléctrico se observa que un rayo luminoso de longitud de onda 500 nm precisa de una tensión de 0,25 V para frenar los electrones liberados por el efecto fotoeléctrico, en cambio si se utiliza una longitud de onda de 375 nm entonces el voltaje es 1,0 V.
a) Calcular el cociente, h/e, entre la constante de Planck y la carga del electrón.
b) Cuando se estudia el efecto fotoeléctrico se utiliza habitualmente el criterio de conservación de la energía. En lo que sigue se trata de poner de manifiesto que se puede ignorar el principio de conservación de la cantidad de movimiento: una lámina de ^{133}Cs se irradia con fotones de energía 2,85 eV siendo la energía de extracción del cesio 1,94 eV

b1) Calcular la cantidad de movimiento del fotón incidente y de un electrón extraído del metal

b2) Considerar que los fotones chocan contra átomos de cesio libres. Determinar la cantidad de movimiento y la energía cinética del átomo de cesio después del choque y justificar así la utilización habitual del principio de conservación de la energía en el efecto fotoeléctrico

Datos: Constante de Planck, h=6,626.10^{-34} Js ; carga elemental e =1,602.10^{-19} C, velocidad de la luz, c = 3,00.10^{8} m/s, masa del electrón, m=0,911.10^{-30} kg, masa del protón u =1,66.10^{-27} kg
Olimpiadas de Suiza , 1996

a) La ecuación de conservación de la energía para el efecto fotoeléctrico es:

$$hf = E_c + W \Rightarrow \quad h\frac{c}{\lambda} = E_c + W \Rightarrow \quad E_c = h\frac{c}{\lambda} - W$$

La energía cinética del electrón queda suprimida por el trabajo eléctrico

$$eV_1 = \frac{hc}{\lambda_1} - W \quad ; \quad eV_2 = \frac{hc}{\lambda_2} - W \quad \Rightarrow \quad e(V_2 - V_1) = hc\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{h}{e} = \frac{V_2 - V_1}{c\left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right)} = \frac{1 - 0{,}25}{3.10^8\left(\frac{1}{375.10^{-9}} - \frac{1}{500.10^{-9}}\right)} = 3{,}75.10^{-15}\,\frac{Js}{C}$$

b1.- La cantidad de movimiento de un fotón está dado por la ecuación

$$p = \frac{E}{c} = \frac{2{,}85eV}{3.10^8} = \frac{2{,}85eV \cdot 1{,}6.10^{-19}\,\frac{J}{eV}}{3.10^8\,\frac{m}{s}} = 1{,}52.10^{-27}\ Ns$$

La energía cinética del electrón es E_C = 2,85-1,94 =0,91 eV$= 0{,}91eV\,\frac{1{,}6.10^{-19}\,J}{eV}$

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} \quad \Rightarrow \quad p = mv = m\sqrt{\frac{2E_C}{m}} = \sqrt{2E_C m} \quad \Rightarrow$$

$$p = \sqrt{2 \cdot 0{,}91 \cdot 1{,}6.10^{-19} \cdot 9{,}1.10^{-31}} = 5{,}14.10^{-25}\,Ns$$

b2.- Si un fotón choca contra un átomo de cesio y éste esta libre sufrirá un retroceso y por tanto adquirirá una cierta energía cinética
El principio de conservación del momento lineal

$$p_{fotón} = p_{electrón} - p_{átomo} \quad \Rightarrow \quad p_{átomo} = p_{electrón} - p_{fotón} \approx p_{electrón}$$

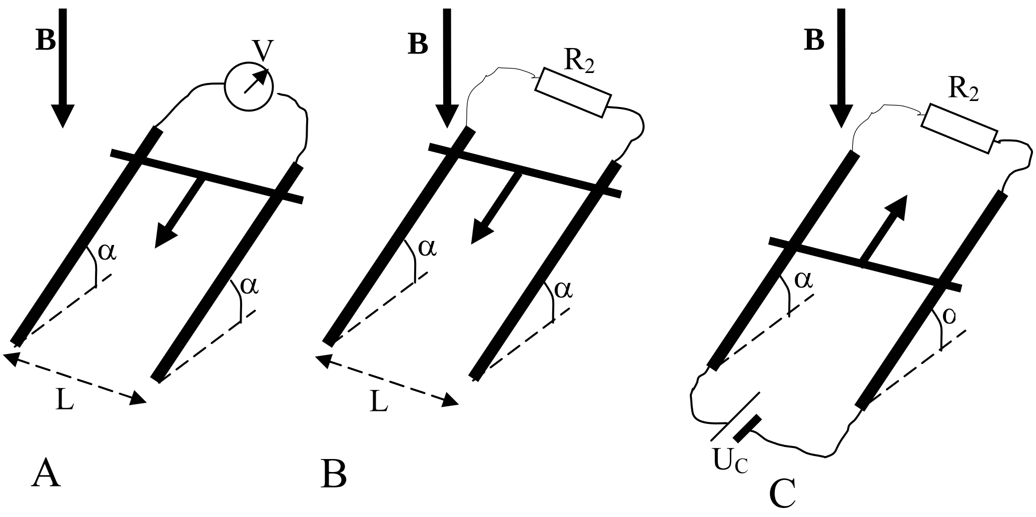
$$p_{\text{átomo}} = \sqrt{2E_C m_{\text{átomo}}} \Rightarrow \quad E_C = \frac{\left(p_{\text{átomo}}\right)^2}{2\cdot m_{\text{átomo}}} = \frac{\left(p_{\text{electrón}}\right)^2}{2\cdot m_{\text{átomo}}} = \frac{\left(5{,}14.10^{-25}\right)^2}{2\cdot 133\cdot 1{,}66.10^{-27}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad E_C = 5{,}98.10^{-25}\,J = 5{,}98.10^{-25}\,J\,\frac{1eV}{1{,}6.10^{-19}} = 3{,}7.10^{-6}\,eV$$

La energía de retroceso del átomo es muy pequeña comparada con la del fotón incidente y la del electrón emergente.

3.-Dos raíles de cobre idénticos y de resistencia eléctrica despreciable están situados en el seno de un campo magnético B vertical y dirigido hacia abajo. Los raíles son paralelos y separados entre sí por una distancia L y forman con la horizontal un ángulo α. Sobre los raíles se sitúa una varilla metálica de masa m, la cual puede deslizarse sobre ellos sin rozamiento y de modo que la velocidad de la misma se mantiene siempre paralela a los raíles. La resistencia eléctrica de esta varilla es R_1.

A) Deducir la velocidad de desplazamiento v_a de la varilla en función de la tensión U_a medida entre los raíles por un voltímetro ideal.
B) A continuación se sustituye el voltímetro por una resistencia R_2 cuya cuantía es del orden de R_1. La varilla se coloca en lo alto de los raíles y se impulsa por ellos. Ahora la varilla desciendo con velocidad constante v_b. Determinar esta velocidad en función de las otras magnitudes.
C) Finalmente en la parte inferior de los raíles se sitúa una pila de corriente continua y fuerza electromotriz constante U_C. Si se coloca la varilla en la parte inferior de los raíles y se la impulsa, dicha varilla sube por los raíles con velocidad constante v_c. Determinar la corriente I_T que atraviesa la pila en función de las otras magnitudes.
Olimpiada de Suiza 1996.



A) La varilla metálica contiene electrones libres. Al moverse la varilla, con velocidad v_a, en el campo magnético **B** sobre las cargas libres aparece una fuerza:

$$\vec{F} = q\ \vec{v}_a \times \vec{B}$$

El producto vectorial $\vec{v}_a \times \vec{B}$ es un vector que tiene la dirección de la varilla y dirección de izquierda a derecha, como la carga de los electrones es negativa, estos se acumulan en el lado izquierdo de la varilla y en la parte derecha queda un residuo de cargas positivas.

Esta asimetría de las cargas origina un campo eléctrico **E** dirigido de las cargas positivas a las negativas. El modulo de este campo está relacionado con la caída de tensión U_a que indica el voltímetro

$$E = \frac{U_a}{L}$$

Este campo determina que se alcance un equilibrio entre la fuerza eléctrica y la fuerza magnética que impulsa a los electrones debido a su velocidad en el seno del campo magnético. Teniendo en cuenta que el vector $\mathbf{v_a}$ y el vector **B,** forman un ángulo α, escribimos:

$$qE = q\frac{U_a}{L} = qv_a B\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad v_a = \frac{U_a}{BL\cos\alpha}$$

B) En la figura B, se observa que existe un circuito cerrado siendo dos de sus lados la resistencia R_2 y la varilla, cuya resistencia es R_1. Esa superficie es atravesada por el flujo magnético, supongamos que eso ocurre en el tiempo t=0 , un tiempo después dt la varilla ha avanzado una distancia $v_b dt$ y el área que atraviesa el flujo magnético aumenta en $Lv_b dt$, corresponde al área rayada de la figura 1.

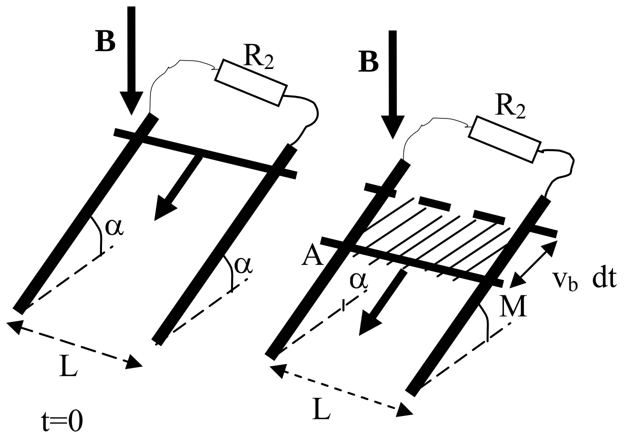


Fig.1

La fuerza electromotriz inducida en el circuito y que se debe al aumento del flujo vale

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Siendo $d\Phi = \vec{B}\cdot d\vec{S} = BdS\ \cos\alpha = BLv_b\ \cos\alpha\ dt$, por tanto ; $|\varepsilon| = BLv_b \cos\alpha$

En el circuito circulará una corriente de intensidad , $I = \dfrac{|\varepsilon|}{R_1 + R_2} = \dfrac{BLv_b \cos\alpha}{R_1 + R_2}$.

Vamos a ver ahora, cuál es el sentido de la corriente en la varilla, que puede ser de A a M o de M a A.

Al estar recorrida la varilla por una corriente de intensidad I y estar dentro del campo magnético, la varilla sufre una fuerza que si la corriente es de A a M vale $\vec{F}_{AM} = I\ \vec{AM} \times \vec{B}$, y si la corriente va desde M a A la fuerza es $\vec{F}_{MA} = I\ \vec{MA} \times \vec{B}$. El módulo de los vectores **AM** y **MA** es L.

Observamos el dispositivo desde una vista lateral (fig.2).

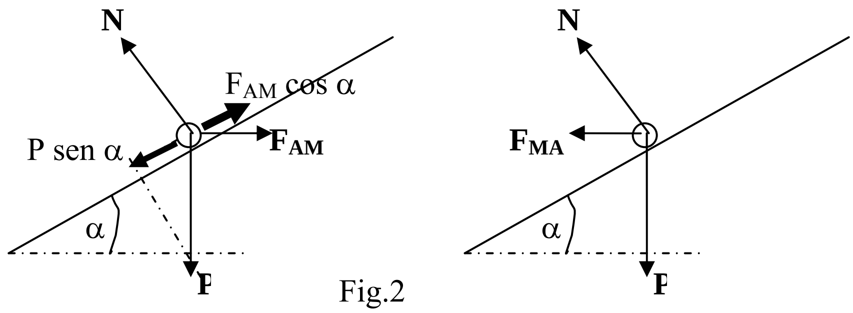
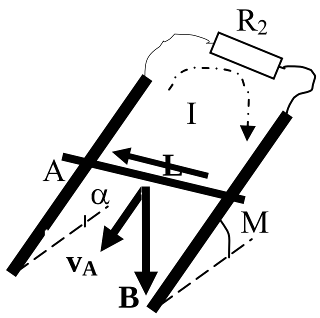


Fig.2

Para elegir cuál es el sentido de la corriente vemos que cuando ésta se dirige de A a M la fuerza se opone al movimiento y en cambio si va de M a A ayuda al movimiento. En este segundo caso la varilla se aceleraría y obtendríamos energía eléctrica sin gasto de otra energía lo cual es imposible. Por tanto la corriente se dirige de A a M y como consecuencia de ello el movimiento de la varilla es uniforme pues las componentes del peso **P** y de $\mathbf{F_{AM}}$ a lo largo de los raíles se equilibran, esto es, $P\operatorname{sen}\alpha = F_{AM}\cos\alpha$.

Alternativa



En el circuito cerrado suponemos para la corriente I el sentido de las agujas de un reloj y el vector ***L*** *con el sentido de la corriente*

$$\varepsilon = \left(\vec{v}_A \times \vec{B}\right)\cdot \vec{L} \Rightarrow \varepsilon = \left|\vec{v}_A \times \vec{B}\right| \cdot L \cdot \cos 180^{o} = -v_A B\cos\alpha \cdot L \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{\sum R} = -\frac{v_A B\cos\alpha \cdot L}{R_1 + R_2}$$

El signo menos indica que el sentido real de la corriente es contrario al elegido, es decir va de A a M.

Sustituyendo valores en la anterior expresión

$$P\operatorname{sen}\alpha = F_{AM}\cos\alpha \Rightarrow \quad mg\operatorname{sen}\alpha = ILB\cos\alpha \quad \Rightarrow \quad mg\operatorname{sen}\alpha = \frac{BLv_b\cos\alpha}{R_1 + R_2}LB\cos\alpha \quad \Rightarrow$$

$$v_b = \frac{m\ g\ \left(R_1 + R_2\right)\ \operatorname{sen}\alpha}{\left(B\ L\ \cos\alpha\right)^2}$$

C) Imaginemos en la figura C del enunciado, que la varilla no se moviese, entonces el circuito sería una pila con dos resistencias en paralelo, por la resistencia R_2 circularía una intensidad $I_2 = \frac{U_C}{R_2}$ y por la R_1, $I_1 = \frac{U_C}{R_1}$. Sin embargo la varilla se está moviendo en el seno del campo magnético y por

consiguiente hay dos corrientes sobre ella, la que proporciona la pila I_1 y la que aparece como consecuencia del movimiento de la varilla.
Veamos ahora cuál es esa intensidad y qué sentido tiene en la varilla. En el párrafo anterior hemos visto que la intensidad vale

$$I_R = \frac{B\ L\ v\ \cos\alpha}{R_1}$$

Para saber el sentido global de la corriente (la que proporciona la batería y la que aparece como consecuencia del movimiento de la varilla) observamos la figura C desde una posición lateral (fig.3)

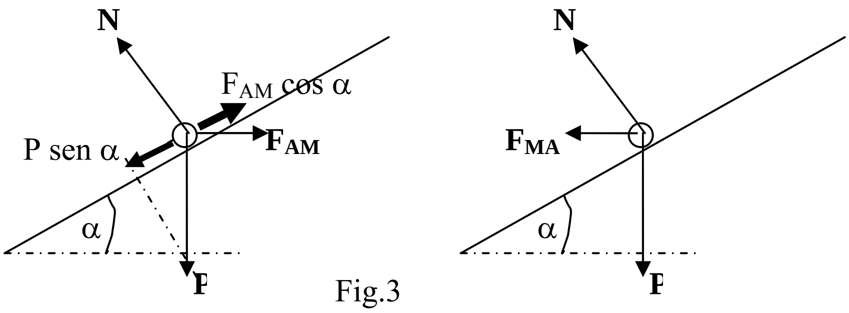
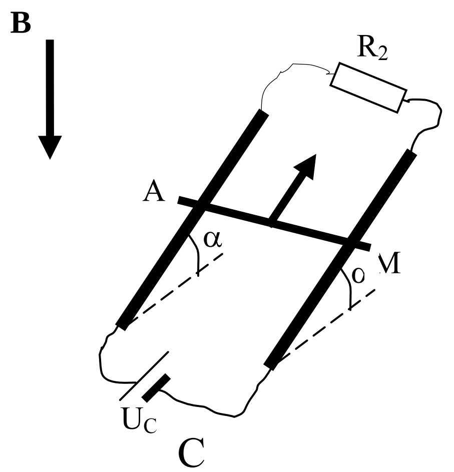


Fig.3

La corriente tiene que ir de A a M en la varilla para que ésta suba con movimiento uniforme.



En el circuito inferior donde se encuentra la pila el flujo entrante de arriba hacia abajo está aumentando ya que la varilla se desplaza hacia arriba aumentando la superficie, por tanto, la corriente inducida tenderá a contrarrestar este aumento y para ello la corriente inducida debe ir de M hacia A, en consecuencia la intensidad que circula por la varilla es

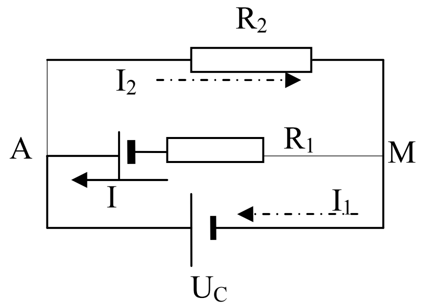
$$\frac{U_C}{R_1} - \frac{B\ L\ v\ \cos\alpha}{R_1}$$

La intensidad que circula por la batería

$$I_T = \frac{U_C}{R_2} + \frac{U_c}{R_1} - \frac{B\ L\ v\ \cos\alpha}{R_1}$$

Alternativa

Si la varilla sube $\varepsilon = \left(\vec{v}_C \times \vec{B}\right)\cdot \vec{L}$*, la fuerza electromotriz va en sentido contrario, luego tenemos el circuito de la figura*



$$\left.\begin{array}{l} I_1 + I = I_2 \\ U_C - BLv\cos\alpha - IR_1 \\ BLv\cos\alpha = IR_1 + I_2R_2 \end{array}\right\} \qquad I_1 = U_C\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) - \frac{BLv\cos\alpha}{R_1}$$

4.- Una máquina térmica contiene 1,5 moles de un gas ideal diatómico ocupando un volumen de 1 L a la temperatura de 300ºC. El gas realiza una expansión isobara hasta un volumen de 3 L, a continuación el gas mediante una isocora vuelve a la temperatura de 300ºC y finalmente el gas vuelve a su estado inicial mediante una transformación isoterma.
a) Calcular los valores de p, V y T en las transformaciones
b) Calcular el rendimiento teórico de tal maquina y compararlo con el rendimiento de un ciclo de Carnot funcionando entre las mismas temperaturas.

Olimpiada Suiza 1997

a) Estado inicial $\quad p = \dfrac{nRT}{V} = \dfrac{1{,}5\,\mathrm{mol}\cdot 8{,}31\dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}\cdot 573\,\mathrm{K}}{1.10^{-3}\,\mathrm{m}^3} = 7{,}14.10^6\,\mathrm{Pa}$

En la expansión isobara, la presión se mantiene constante

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{573} = \frac{3}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = 1719\ \mathrm{K}$$

En la transformación isocora, el volumen se mantiene constante

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_3} \quad \Rightarrow \quad \frac{7{,}14.10^6}{1719} = \frac{P_3}{573} \quad \Rightarrow \quad P_3 = 2{,}18.10^6\,\mathrm{Pa}$$

b) Calculamos en cada transformación el calor y el trabajo implicados

Transformación isobara

$$W_{1-2} = -p\ \Delta V = -7{,}14.10^6\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\cdot 2.10^{-3}\,\mathrm{m}^3 = -1{,}43.10^4\,\mathrm{J}$$

$$Q_{1-2}=nC_p\left(T_2-T_1\right)=1{,}5\cdot\frac{7}{2}8{,}31\cdot(1719-573)=5.10^4\,J$$

Transformación isocora, $W_{2\text{-}3}=0$

$$Q_{2-3}=nC_v\left(T_3-T_2\right)\Rightarrow 1{,}5\cdot\frac{5}{2}\cdot 8{,}3\cdot(573-1719)=-3{,}57.10^4\,J$$

Transformación isotérmica $\Delta U=0$

$$W_{3-1}=-\int pdV=-\int\frac{nRT_3}{V}dV=-nRT_3\int_{3.10^{-3}}^{1.10^{-3}}\frac{dV}{V}=-1{,}5\cdot 8{,}31\cdot 573\cdot\ln\frac{1.10^{-3}}{3.10^{-3}}=7{,}85.10^3\,J$$

$$0=Q_{3-1}+W_{3-1}\quad\Rightarrow\quad Q_{3-1}=-W_{3-1}=-7{,}85.10^3\,J$$

El rendimiento del ciclo es igual al cociente entre el trabajo ejecutado y el calor recibido

$$\eta=\frac{1{,}43.10^4\,J}{5.10^4\,J}\cdot 100=28{,}6\%$$

En el ciclo de Carnot el rendimiento es.

$$\eta=\frac{T_{Caliente}-T_{fría}}{T_{caliente}}\cdot 100=\frac{1719-573}{1719}\cdot 100=66{,}7\%$$

5.- Una burbuja de agua jabonosa tiene un radio r_1= 8,0 cm y un espesor de pared d= 3,0.10^{-8} m, está cargada eléctricamente de modo que su potencial en la superficie es 50V.
a) Calcular la carga que existe sobre la superficie de la burbuja, sabiendo que su capacidad es $C=4\pi\varepsilon_o r_1$.
Repentinamente la burbuja se convierte en una gota esférica de radio r_2.
b) Encontrar el valor del potencial eléctrico en la gota.
Se supone que la gota tiene la misma carga eléctrica que la burbuja y que la burbuja de agua jabonosa se comporta como un conductor eléctrico
Olimpiada Suiza 1997

a) La capacidad es el cociente entre la carga y el potencial

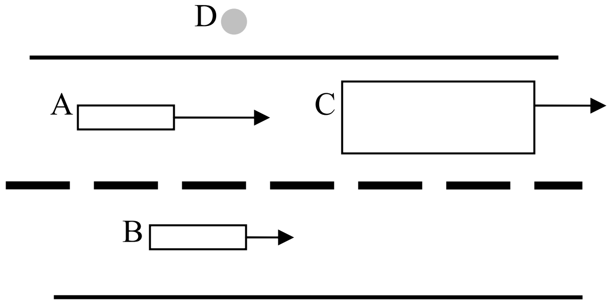
$$C=\frac{Q}{V}=4\pi\ \varepsilon_o r_1\Rightarrow Q=4\pi\ \varepsilon_o r_1 V=4\pi\cdot\frac{1}{4\pi\cdot 9.10^9}\cdot 8.10^{-2}\cdot 50=4{,}4.10^{-10}\,C$$

b) El volumen de agua jabonosa de la burbuja se convierte en el volumen de la gota

$$4\pi\ r_1^2 d=\frac{4}{3}\pi r_2^3\quad\Rightarrow\quad r_2=\sqrt[3]{3r_1^2 d}=\sqrt[3]{3\cdot\left(8.10^{-2}\right)^2\cdot 3.10^{-8}}=8{,}3.10^{-4}\,m$$

$$V=\frac{Q}{C}=\frac{Q}{4\pi\ \varepsilon_o r_2}=\frac{4{,}4.10^{-10}}{4\pi\cdot\frac{1}{4\pi\cdot 9.10^9}\cdot 8{,}3.10^{-4}}=4{,}8.10^3\,V$$

6.- En el esquema de la figura: A es un coche que se desplaza a la velocidad v_A= 126 km/h=35 m/s, B es otro coche que se desplaza a la velocidad de 90 km/h=25m/s, y C es un gran camión que se desplaza a la velocidad de 108 km/h=30 m/s. D es un observador en reposo que está al borde de la autopista.

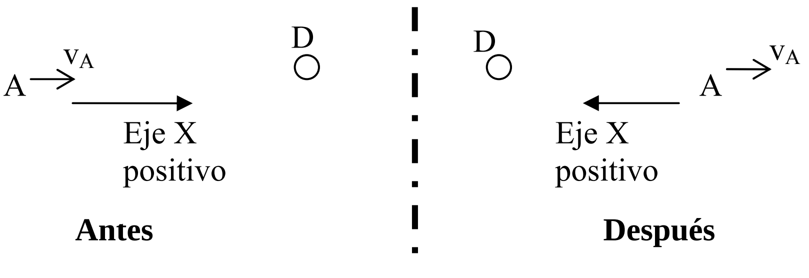


El conductor del coche hace sonar continuamente su bocina de frecuencia 300 Hz.
a)¿Qué salto de frecuencia percibirá el observador D, antes de que llegue el coche A a su altura y después que lo rebase?
b) ¿Qué salto de frecuencias percibirá el conductor del coche B antes de llegar A y después de rebasarlo?
c) ¿Cuál es la frecuencia de los batidos percibidos por A, a causa de la superposición del sonido de su bocina con el sonido reflejado sobre el camión? Dato. Velocidad del sonido 340 m/s
Olimpiada Suiza 1997

La expresión matemática del efecto Doppler es: $f' = f\dfrac{v - v_o}{v - v_f}$

v es la velocidad del sonido , v_o la velocidad del observador y v_f la velocidad de la fuente, f, la frecuencia emitida y f´ la que percibe el observador.
Se considera como eje positivo el de avance de las ondas y las velocidades v_o y v_f pueden ser positivas si coinciden con el eje de referencia positivo y negativas en caso contrario, la velocidad del sonido es siempre positiva.

Situación cuando el coche A no ha llegado aún a D, y cuando lo ha rebasado



Antes la onda avanza de izquierda derecha y ese es el sentido del eje positivo. La velocidad de la fuente es v_A positiva y la velocidad del observador es nula. Por tanto:

$$f'_A = f\frac{v}{v - v_A}$$

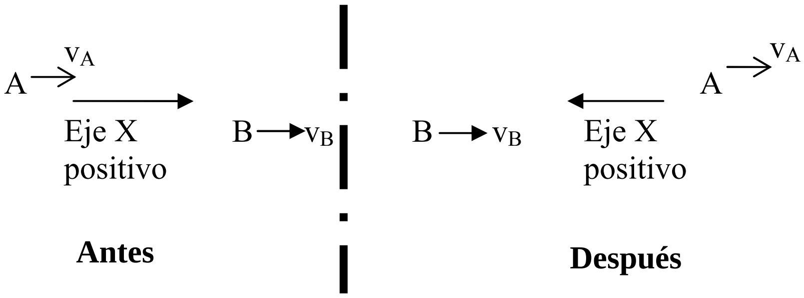
Después la onda viaja desde la fuente a D y el eje X se toma en el sentido de derecha a izquierda, en este caso la velocidad de la fuente es negativa.

$$f'_D = f\frac{v}{v+v_A}$$

De ambas ecuaciones

$$\frac{f'_A}{f'_D} = \frac{\dfrac{fv}{v-v_A}}{\dfrac{fv}{v+v_A}} = \frac{v+v_A}{v-v_A} = \frac{340+35}{340-35} = 1{,}23$$

b) Situación de A y B antes y después. Ahora el observador es B.



Antes , tanto v_A como v_B son positivos, **después** ambas velocidades son negativas.

$$f'_A = f\frac{v - v_B}{v-v_A} \quad ; \quad f'_D = f\frac{v+v_B}{v+v_A} \quad \Rightarrow \quad \frac{f'_A}{f'_D} = \frac{f\dfrac{v - v_B}{v-v_A}}{f\dfrac{v+v_B}{v+v_A}} = \frac{v - v_B}{v+v_B}\cdot\frac{v+v_A}{v-v_A} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{f'_A}{f'_D} = \frac{340-25}{340+25}\cdot\frac{340+35}{340-35} = 1{,}06$$

c) El camión envía hacia el coche A una onda a la frecuencia que él detecta
La velocidad de la fuente y la velocidad del camión son positivas Ahora el observador es C, luego la frecuencia que detecta y luego refleja hacia A es:

$$f'_C = f\frac{v - v_C}{v-v_A}$$

El coche A recoge la señal reflejada por el camión, ahora las velocidades del coche A y del camión son negativas. Observe que ahora el observador es el coche A y la fuente el camión

$$f''_A = f'_C\frac{v+v_A}{v+v_C} = f\frac{v - v_C}{v-v_A}\cdot\frac{v+v_A}{v+v_C} = 300\frac{340-30}{340-35}\cdot\frac{340+35}{340+30} = 309 \ \text{Hz}$$

La frecuencia de los batidos es:309-300 = 9 Hz