PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA

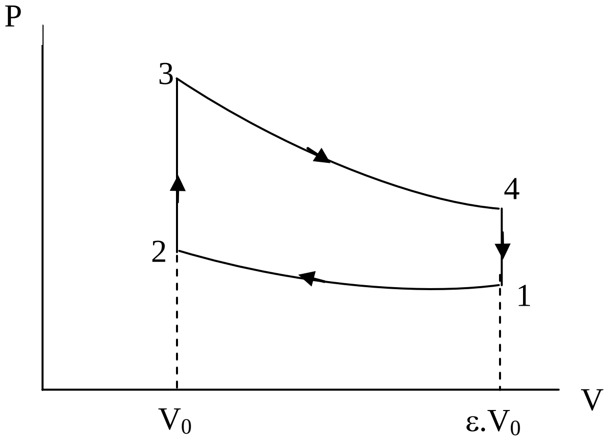
José Luis Hernández Pérez

Agustín Lozano Pradillo

Madrid 2008

10ª OLIMPIADA DE FÍSICA. CHECOESLOVAQUIA.1977

1.-El factor de compresión de un motor de combustión interna es ε = 9,5 .El motor funciona con una mezcla de aire y un combustible gaseoso a la temperatura de 27ºC y a la presión de una atmósfera. El funcionamiento del motor sigue el esquema de la figura inferior.



Entre 1 y 2 existe un proceso adiabático, entre 2 y 3 la mezcla explota y se produce una compresión a volumen constante de modo que la presión se duplica. El pistón es empujado hacia abajo según la adiabática 3-4 , produciéndose una expansión ε = 9,5 Vo, luego la válvula de expansión se abre y se vuelve a las condiciones iniciales. El cociente de los calores específicos a presión constante y a volumen constante es γ=1,4.
Nota.- El factor de compresión es la relación entre el volumen mayor y menor del cilindro.

a) Calcular la presión y la temperatura en los estados 1,2,3 y 4
b) El rendimiento del ciclo.

10ª. Olimpiada Internacional de Física. Checoeslovaquia. 1977

1) Los datos del problema del estado (1) son: 300 K , P_1 = 1 atm , V_1 = 9,5 Vo

2) Aplicamos las ecuaciones de la adiabática y de los gases perfectos entre los estados 1 y 2.

$$1*(9{,}5Vo)^{\gamma} = P_2 Vo^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad P_2 = 23{,}38 \text{ atm}$$

obtenemos la presión en el estado (2)

Con la ecuación de los gases perfectos obtenemos la temperatura T_2

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} \quad ; \quad \frac{1*9{,}5Vo}{300} = \frac{23{,}38*Vo}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2 = 738 \text{ K}$$

3) La presión en 3 es doble que en 2 , P_3 = 46,76 atm. Según la ecuación de los gases perfectos, hallamos T_3, que es también el doble que en (2)

$$\frac{P_2V_2}{T_2}=\frac{P_3V_3}{T_3} \qquad \Rightarrow \quad T_3=\frac{P_3V_3T_2}{P_2V_2}=2T_2=1476\ \text{K}$$

4) Aplicamos la ecuación de la adiabática entre los estados 3 y 4 y hallamos la presión en el estado (4)

$$46{,}76 * Vo^{\gamma}=P_4(9{,}5Vo)^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad P_4=2\ \text{atm}$$

y de la ecuación de los gases perfectos entre los estados 1 y 4,tenemos la temperatura T_4.

$$\frac{P_1}{T_2}=\frac{P_4}{T_4} \quad ; \quad \frac{1}{300}=\frac{2}{T_4} \quad \Rightarrow \quad T_4=600\ \text{K}$$

c) El rendimiento es el cociente entre el trabajo obtenido por el motor frente al calor recibido en un ciclo.
En las transformaciones 2-3 y 4-1 el trabajo de expansión es nulo ya que no hay variación de volumen. En las transformaciones 1-2 y 3-4 hay trabajo y por ser adiabáticas , Q = 0, de acuerdo con el primer principio de la termodinámica,

ΔU = Q + W, el trabajo es igual a la variación de energía interna

$$W_I=nC_v(T_2-T_1) \quad ; \quad W_{II}=nC_v(T_4-T_3) \quad ; \quad W_{total}=nC_v(T_2-T_1+T_4-T_3)$$

El trabajo total es negativo y esto es así ya que es un trabajo realizado por el sistema sobre el exterior

El calor recibido en el proceso tiene lugar entre los estados 2 y 3, ΔU = Q + W = Q

Q = n Cv(T_3-T_2), este calor tiene signo positivo ya que es aportado al sistema.

El rendimiento es el trabajo ejecutado con signo positivo, dividido por el calor recibido

$$R=\frac{nC_v(T_1-T_2+T_3-T_4)}{nC_v(T_3-T_2)}=1+\frac{T_1-T_4}{T_3-T_2}=1+\frac{300-600}{1476-738}=0{,}594=59{,}4\%$$

El rendimiento podemos ponerlo en función del factor de compresión

Combinamos las ecuaciones: $T_3 = 2\ T_2$

$$P_1V_1{}^{\gamma}=P_2V_2{}^{\gamma} \quad y \quad \frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}\Rightarrow T_1V_1^{\gamma-1}=T_2V_2^{\gamma-1}\Rightarrow T_1(\varepsilon V_o)^{\gamma-1}=T_2V_o^{\gamma-1}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_1\varepsilon^{\gamma-1}=T_2$$

$$R=1+\frac{T_1-T_4}{T_3-T_2}=1+\frac{T_2\varepsilon^{1-\gamma}-T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1}}{T_2}=1+\frac{T_2\varepsilon^{1-\gamma}-2T_2\left(\frac{Vo}{\varepsilon Vo}\right)^{\gamma-1}}{T_2}\Rightarrow R=1-\varepsilon^{1-\gamma}$$

2.-Un rayo de luz blanca incide sobre una película de jabón bajo un ángulo α = 30º. La luz reflejada es predominantemente de color verde de longitud de onda λo=0,5 μm
a)¿Cuál es el espesor mínimo de la película de jabón? b) ¿De qué color es la película si se mira con luz que incide perpendicularmente?
Índice de refracción del líquido n = 1,33
10ª Olimpiada Internacional de Física. Checoeslovaquia. 1977

a) La película tiene un espesor d y sobre ella llega un haz de luz blanca con una incidencia α =30º. BF representa un frente de onda que llega simultáneamente a la parte superior de la película. El rayo AB recorre un camino 2L en un medio cuyo índice de refracción es n, hasta encontrarse con el rayo DE que recorre un camino FE en un medio cuyo índice de refracción es 1 fig. 1)

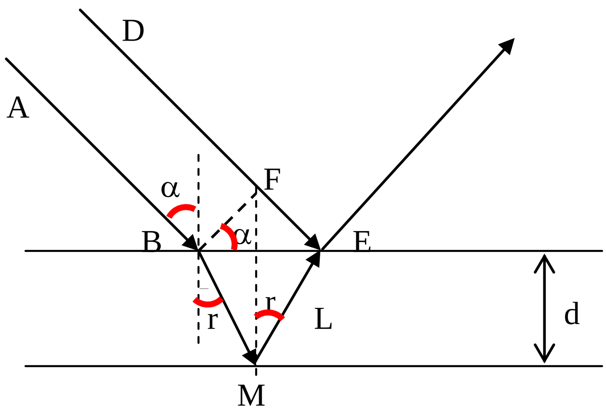


Fig1

Además el rayo DE por el hecho de que la superficie reflectante tiene un índice de refracción superior al del medio del que proviene el rayo se produce una inversión de fase. Como indica la fig. 2 la inversión de fase supone que el camino recorrido FE se alarga media longitud de onda más

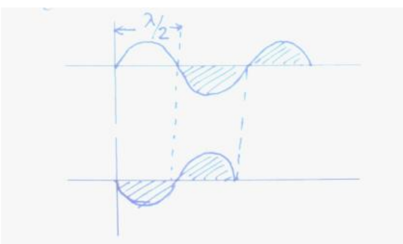


Fig. 2

Para que los dos rayos se combinen dando una máxima intensidad

$$2Ln - FE = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad ; \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ ....$$

El término $\frac{1}{2}\lambda$ se introduce debido al cambio de fase

El problema nos dice que esta interferencia es constructiva para una longitud de onda λ_o= 0,5 μm, por consiguiente la condición anterior con los datos conocidos y k =0

$$2Ln - FE = \frac{\lambda_o}{2}$$

De la figura (1) se deduce que: FE =BE*senα y $\frac{BE}{2} = L * sen\ r$ y de ambas

$$FE = 2L\ senr * sen\alpha$$

y de acuerdo con la ley de Snell : 1*sen α = n *sen r ; sen r = sen α/n

$$2Ln - 2L * \frac{sen\ \alpha}{n} * sen\ \alpha = \frac{\lambda_o}{2} \quad \Rightarrow \quad 2L\left(n - \frac{sen^2\alpha}{n}\right) = \frac{\lambda_o}{2} \quad \Rightarrow L = \frac{\lambda_o}{4\left(n - \frac{sen^2\alpha}{n}\right)} =$$

Como nos piden el valor de d

$$d = Lcosr = \frac{\lambda_o}{4\left(n - \frac{sen^2\alpha}{n}\right)} * \sqrt{1 - \frac{sen^2\alpha}{n^2}} = \frac{\lambda_o n}{4\left(n^2 - sen^2\alpha\right)} * \frac{\sqrt{n^2 - sen^2\alpha}}{n} =$$

$$d = \frac{\lambda_o}{\sqrt{n^2 - sen^2\alpha}} = \frac{0{,}5}{4\sqrt{1{,}33^2 - sen^2 30}} = 0{,}10\ \mu m$$

Si la incidencia de la luz es normal, tal como se indica en la fig. 3.

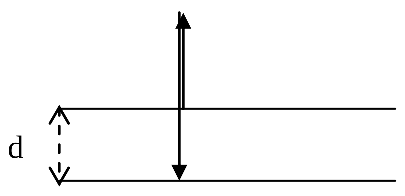
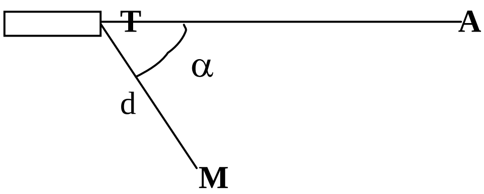


Fig. 3

Para la incidencia normal $\quad 2dn = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad : \quad k = 0,\ 1,\ 2,\ ....$

Para k=0 $\quad \lambda = 4dn = 4 * 0{,}10 * 1{,}33 = 0{,}532\ \mu m$

3.-Un cañón de electrones emite electrones acelerados con una diferencia de potencial U =10^3 V, según la recta TA de la figura inferior.



Se desea que los electrones alcancen el punto M , en la dirección α =60º con relación a TA y a una distancia d = 5 cm. Calcular el valor de la inducción del campo magnético: a) si éste es perpendicular al plano definido por la recta TA y el punto M. b) si es paralelo a TM
Datos . Masa y carga del electrón : m = $9{,}11.10^{-31}$ kg , q = $1{,}6.10^{-19}$ C
10ª Olimpiada Internacional de Física. Checoeslovaquia. 1977

a) El trabajo eléctrico debido a la diferencia de potencial U se convierte en energía cinética de los electrones:
b)

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \quad (1)$$

q es la carga del electrón, m su masa y v representa la velocidad de salida de los electrones del cañón en la dirección TA.
Los electrones al salir del cañón se encuentran sumergidos en el seno de un campo magnético de dirección perpendicular a B y en consecuencia sufren una fuerza de valor F = qvB que es precisamente la fuerza centrípeta que les hace girar describiendo una circunferencia de radio R que pasa por los punto T y M.(fig.1)

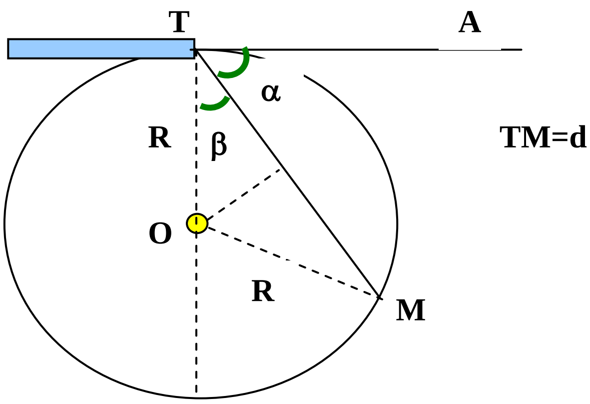


Fig. 1

De la figura 1 se deduce que $\cos\beta = \operatorname{sen}\alpha = \frac{\frac{d}{2}}{R} \Rightarrow \quad R = \frac{d}{2\ \operatorname{sen}\alpha}$ (2)

Como la fuerza magnética es la centrípeta

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad \Rightarrow \quad B = \frac{mv}{qR} \quad (3)$$

Si a la ecuación (3) llevamos los valores de (1) y (2)

$$B = \frac{m\sqrt{\frac{2qU}{m}}}{q\frac{d}{2\operatorname{sen}\alpha}} = \frac{2\operatorname{sen}\alpha}{d}\sqrt{\frac{2Um}{q}} = \frac{2*\operatorname{sen}60}{5.10^{-2}}\sqrt{\frac{2*10^3*9{,}11.10^{-31}}{1{,}6.10^{-19}}} = 3{,}7.10^{-3}\,T$$

b) Ahora el campo magnético tiene la dirección TM y está en el mismo plano que la velocidad, pero formando con ella un ángulo α. La velocidad tiene dos componentes 80 una en la dirección y sentido de B de valor v cos α y otra en dirección perpendicular de valor v sen α (fig. 2).

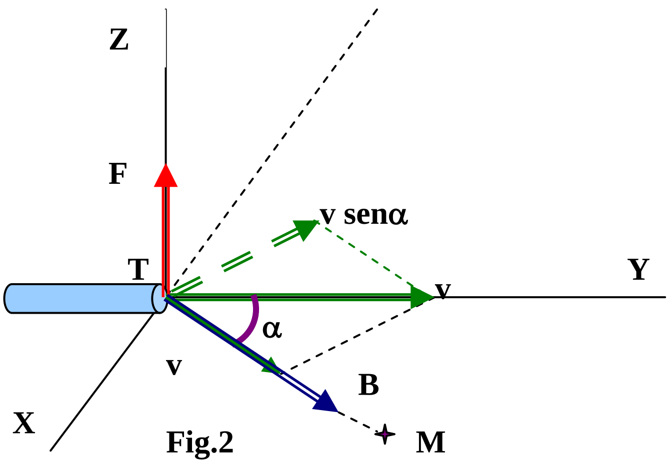


Fig.2

La primera determina que el electrón gire en una circunferencia mientras que la segunda lo hace avanzar en la línea TM, como consecuencia el electrón describe una espiral.
De la igualdad entre fuerza magnética y centrípeta escribimos
:

$$q\ v\operatorname{sen}\alpha\ B = \frac{mv^2\operatorname{sen}^2\alpha}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv\ \operatorname{sen}\alpha}{qB}$$

Admitamos que en el tiempo que el electrón da <u>una vuelta de radio R</u>, avanza en la dirección del campo la distancia TM = d

$$t = \frac{2\pi\pi}{v\operatorname{sen}\alpha} = \frac{2\pi\frac{mv\ \operatorname{sen}\alpha}{qB}}{v\operatorname{sen}\ \alpha} = \frac{2\pi\pi}{qB} = \frac{d}{v\cos\ \alpha} = t_1 \quad (4)$$

De la ecuación (4) y (1)

$$B = \frac{2\pi \;\; mv \;\; \cos\alpha}{qd} = \frac{2\pi \;\; m \;\; \cos\alpha}{qd}\sqrt{\frac{2qU}{m}} = \frac{2\pi \;\cos\alpha}{d}\sqrt{\frac{2mU}{q}} =$$

$$= \frac{2\pi \;\cos 60}{5.10^{-2}}\sqrt{\frac{2 * 9{,}11.10^{-31} * 10^{3}}{1{,}6.10^{-19}}} = 6{,}7.10^{-3}\mathrm{T}$$

El problema se ha resuelto en el supuesto de que los tiempos son iguales si en el tiempo que avanza el electrón TM, esto es , t_1, da dos vueltas , entonces $t = t_1/2$ y el campo valdría $2*6{,}7.10^{-3}$ T.

En general si da k vueltas $B = k*6{,}7.10^{-3}$ T
avanza la distancia TM, entonces el campo habría de valer $B = 3{,}35.10^{3}$ T.
También podrá alcanzar el punto M dando solamente media vuelta la partícula mientras avanza la distancia TM, entonces el campo habría de valer $B = 3{,}35.10^{3}$ T.