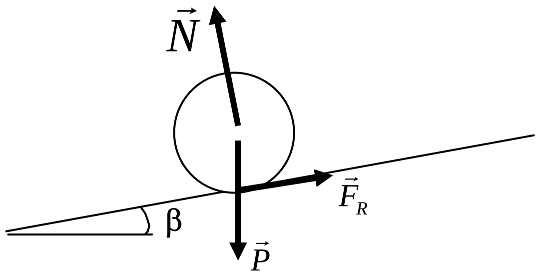
MOVIMIENTO EN UN PLANO INCLINADO
Fundamento

Un movimiento de rodadura pura de una esfera sobre un plano inclinado se caracteriza porque la fuerza de rozamiento sirve exclusivamente para producir un momento y no actúa como fuerza disipativa. En tal caso, entre la esfera y el plano solo hay un punto de contacto y la aceleración del centro de masas de la esfera y la angular de rotación cumplen la ecuación: $a = \alpha \cdot R$ donde a, es la aceleración del centro de masas de la esfera, α es la aceleración angular y R el radio de la esfera.

En la práctica ocurre que la fuerza de rozamiento produce un trabajo disipativo porque hay más de un punto de contacto entre los dos cuerpos y en consecuencia la rodadura pura es solamente un modelo. Cuando la esfera y el plano son de materiales muy poco deformables, el movimiento real se aproxima tanto más al modelo de rodadura pura, sin embargo, se requiere que el ángulo β del plano inclinado sea pequeño, para que no se produzca deslizamiento.

El modelo de rodadura pura por un plano inclinado da lugar a las siguientes ecuaciones de las que se determina la aceleración del centro de masas.



En la figura están representadas las fuerzas que actúan sobre la esfera

Traslación:	$P \text{ sen } \beta - F_R = m \cdot a$
Rotación:	$F_R \cdot R = I\,\alpha$
Rodadura:	$a = \alpha \cdot R$

Teniendo en cuenta que el momento de inercia de la esfera respecto de un eje que pase por su centro de masas es $I = \frac{2}{5} mR^2$ y combinándola con las ecuaciones anteriores se obtiene para la aceleración del centro de masas:

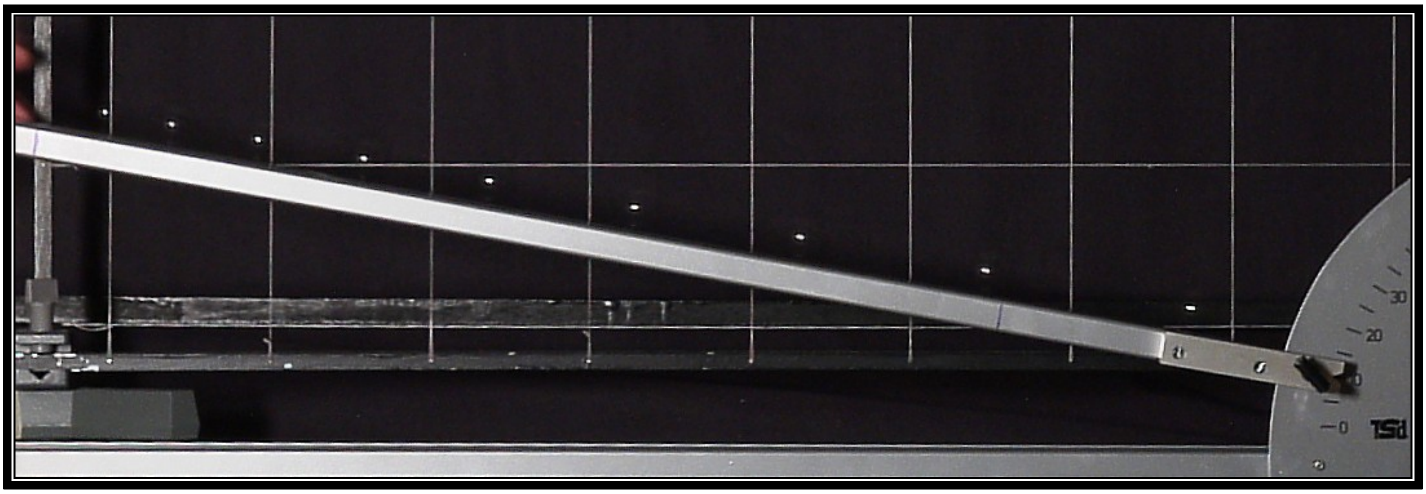
$$a = \frac{5}{7} g \ sen\beta$$

En este experimento el plano forma un ángulo de *10º* con la horizontal y se trata de medir experimentalmente la aceleración del centro de masas y compararla con el valor que predice el modelo de rodadura pura.

Fotografía

La fotografía corresponde a las posiciones ocupadas por una esfera de acero de masa 133,9 g y diámetro $d = 3{,}2\ cm$ que baja rodando por un plano inclinado $\beta = 10º$. El intervalo temporal entre dos posiciones consecutivas es $T = 0{,}103\ s$.

El enrejado del fondo está formado por cuadrados de lado *0,1 m.*



Medidas de las posiciones

Considere el primer punto (el que está más cerca del extremo superior del plano) como origen de tiempos y de posiciones. Mida las distancias desde ese punto al resto de los que aparecen en la fotografía y anote los resultados en la Tabla 1

Tabla 1

Posición x en foto/cm																

Mida la distancia en la foto que existe entre el enrejado horizontal que diste en la realidad *0,70 m*

Factor de escala: $$f_x = \frac{0{,}70\ m\ reales}{\_\_\_\_\_\_\_\_\ \ cm\ en\ la\ \ fotografía}$$

Con el valor obtenido para f_x y el valor de T, complete la Tabla 2.

Tabla 2

Posición real x/ m																
Tiempo, t/s																
x/t en m/s																

Calcule la velocidad media entre dos posiciones consecutivas y adjudique esa velocidad media como velocidad instantánea en el punto medio. Recuerde que la velocidad media entre dos posiciones consecutivas es:

$$v_m = \frac{x_{i+1} - x_i}{t_{i+1} - t_i}$$

y que esa velocidad media, es la velocidad instantánea en el tiempo medio $t_m = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}$

Recoja los datos en la Tabla 3

Tabla 3

Entre los instantes	*0-*							
Velocidad media / m/.s								
Velocidad instantánea en m/s								
Tiempo/s								

Gráficas

Con los datos de la Tabla 2, haga dos representaciones gráficas, una con los valores de *x* frente al tiempo *t* y otra los de *x/t* frente al tiempo *t*. La primera es la ecuación de una parábola. El coeficiente de t^2 es la mitad de la aceleración del centro de masas. Con ayuda de la hoja de cálculo obtenga la ecuación de esa curva. La segunda es la ecuación de una recta cuya pendiente es la mitad de la aceleración del centro de masas de la esfera.

Con los datos de la Tabla 3 represente la velocidad instantánea frente al tiempo. Se obtiene una línea recta cuya pendiente es la aceleración del centro de masas

Tiene tres valores próximos entre sí, para la aceleración del centro de masas. Obtenga el valor medio. Calcule el valor teórico de la aceleración como si el movimiento fuese una rodadura pura. Establezca en tantos por ciento la diferencia entre la aceleración experimental y la teórica de rodadura.