

CONCEPTOS DE ÓPTICA FÍSICA (continuación)

4.2 La red de difracción

Una red de difracción, **Fig.15**, se construye haciendo rayas iguales, paralelas e igualmente espaciadas, en una superficie plana. Si es un espejo metálico resulta una red por reflexión, mientras que si es de vidrio, se trata de una red por transmisión. Al rayar el vidrio con la punta de un diamante, la lesión producida hace que se disperse la luz y se hace opaca, de manera que el vidrio entre dos ranuras actúa como si fuera una rendija. Designaremos por N , el número de rayas por milímetro, (un valor normal es 600/mm, conocida como red de Rowland). Otro parámetro importante de la red es la **constante de la red** d , que da la distancia entre puntos homólogos de dos rendijas. Se verifica entre estas dos magnitudes.

$$d = \frac{1}{N} \quad [12]$$

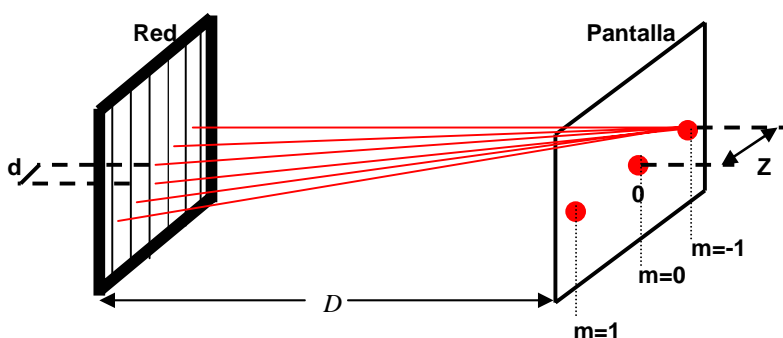


Fig.15

En la **Fig.15**, una red de difracción iluminada por luz monocromática y coherente, como por ejemplo un LASER, forma en la pantalla situada a una distancia D una imagen, con un máximo principal en el centro en 0 y con numerosos máximos de orden superior, llamados de primer orden, segundo orden, etc. situados simétricamente respecto del máximo principal. La posición de un máximo respecto de 0 , viene determinada por la ecuación.

$$Z = m \frac{\lambda D}{d} \quad [13]$$

Donde $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ nos da el orden del máximo de difracción.

Hay dos máximos para cada orden, uno situado a la derecha de 0 y otro a la izquierda.

La ecuación [13] indica que cuantas más líneas o rayas N tenga la red, menor es d , ver la ecuación [12] y por lo tanto de [13] se deduce que mayor es la separación entre máximos.

Qué sucede cuando se ilumina una red con luz policromática?.

Si la red es iluminada por un haz de luces de varios colores, al haber distintas longitudes de onda λ , según la ecuación [13], los máximos de cada color sufren distintas desviaciones dentro de cada orden, produciéndose su separación y alejándose tanto más de 0 , los colores de mayores longitudes de onda. Este fenómeno se conoce como *dispersión*, de modo que la red de difracción se utiliza para producir espectros luminosos.



Una red de Rowland tiene 600 líneas/mm y se ilumina con un haz de luz que contiene dos colores: luz roja de $\lambda = 650 \text{ nm}$ y luz azul de 470 nm . Determinar la separación entre los máximos de primer orden, sobre una pantalla situada a 10 cm de la red.

La constante de la red:
$$d = \frac{1}{N} = \frac{1}{600} \text{ mm} = 1,66 \cdot 10^{-3} \text{ mm} = 1,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Haciendo en [13] $m = +1$; que es el valor que toma para los máximos de primer orden

$$Z_{\text{Roja}} = 1 \frac{650 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m}}{1,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 0,041 \text{ m} = 41 \text{ mm};$$

$$Z_{\text{Roja}} = 1 \frac{470 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 0,1 \text{ m}}{1,66 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 0,028 \text{ m} = 28 \text{ mm}$$

La separación será: $\Delta Z = 41 \text{ mm} - 28 \text{ mm} = 13 \text{ mm}$

4.3 Interferencias por división de la amplitud.

Si desde una fuente puntual se envía un haz de luz coherente **I**, con una cierta inclinación sobre una superficie plana de vidrio **A**, parte se refleja y la otra sufre refracción, propagándose por dentro del vidrio hasta la cara posterior **B**. Tanto la onda reflejada **R** como la transmitida, tendrán una amplitud inferior a la original (se dice figuradamente que la amplitud se ha dividido). A su vez en la cara **B**, hay de nuevo reflexión y refracción, de forma que parte del haz vuelve a atravesar el vidrio en sentido contrario, saliendo por la cara anterior **A**, es la onda indicada con **T** **Fig.16**

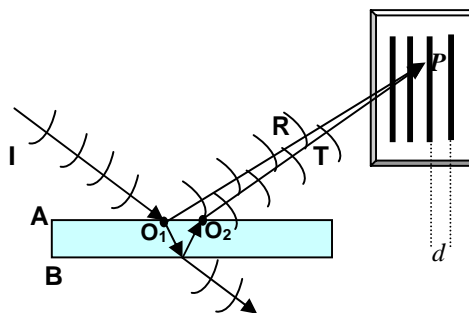


Fig.16

Desde un punto de vista ondulatorio, la luz que atraviesa la lámina en los dos sentidos **T** debe sufrir un retraso de tiempo respecto de la luz reflejada directamente **R**, por que le originará un desfase de los dos trenes de ondas al superponerse en la pantalla e interferir, Estos dos trenes de ondas al superponerse originan *las interferencias de Phol*.

El experimento es similar a otro en el que hubiera dos focos puntuales coherentes O_1 y O_2 de los que parten ondas que van a interferir. Bajo este punto de vista la diferencia de fase en **P** está motivada por la diferencia de caminos $O_2P - O_1P$ que recorren los rayos hasta interferir.

La lámina tiene un determinado espesor e y la distancia de la lámina a la pantalla es L . Si se mide la distancia entre mínimos d en la figura de interferencias y se determina experimentalmente el ángulo formado entre el rayo incidente y el reflejado que designamos con 2α , se puede demostrar que entre el espesor de la lámina y las restantes magnitudes se cumple la ecuación.

$$e \approx \frac{n L \lambda}{2 d \text{sen} \alpha} \quad [14]$$

Donde n es el índice de refracción de la lámina y λ la longitud de onda de la luz.

Un vidrio portaobjetos de índice de refracción $n = 1,5$, se encuentra situado sobre un disco graduado. El ángulo girado por el disco para conseguir una figura de interferencias por reflexión en una pantalla es $2\alpha = 30^\circ$ y la pantalla está situada a $3,50\text{ m}$ de la lámina, siendo la distancia entre dos máximos consecutivos de $7,1\text{ mm}$. Determine el espesor de la lámina y el error relativo cometido en la medida, sabiendo que su valor medido con un calibrador fue de $0,95 \pm 0,05\text{ mm}$

$$e \approx \frac{nL\lambda}{2d \operatorname{sen}\alpha} = \frac{1,5 \cdot 3,50\text{ m} \cdot 6,32 \cdot 10^{-7}\text{ m}}{2 \cdot 7,1 \cdot 10^{-3}\text{ m} \cdot \operatorname{sen} 15^\circ} = 0,90 \cdot 10^{-3}\text{ m}$$

Tomando como valor más probable el medido con el calibrador resulta para el error relativo.

$$e_r = \frac{0,95 - 0,90}{0,95} 100\% = 5,3\% \approx 6\%$$

5 Difracción

Cuando la luz se propaga por un medio homogéneo e isótropo, y se encuentra a distancias muy grandes del foco emisor, el frente de ondas se puede considerar plano y su propagación rectilínea. Si se aplica el principio de Huygens se pueden determinar los frentes de onda después de atravesar una rendija mucho más ancha que su longitud de onda. En la **Fig.17** se puede observar que el frente de onda no sufre modificación y su propagación sigue siendo rectilínea.

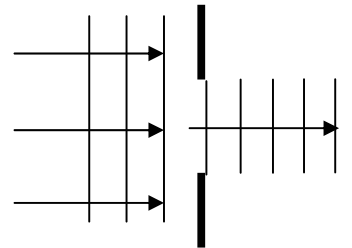


Fig.17

Sin embargo, cuando la luz incide sobre una rendija estrecha, de tamaño comparable con su longitud de onda, entonces la experiencia enseña que la propagación de los frentes de onda sucede de otro modo. De acuerdo con el principio de Huygens al convertirse cada punto de la rendija en un centro emisor de ondas elementales, sucede que el frente de onda se curva y la propagación de la luz deja de ser rectilínea, **Fig.18a**. Análogamente sucede cuando la luz en su propagación encuentra un pequeño obstáculo **Fig.18b**., o el borde muy estrecho de un objeto

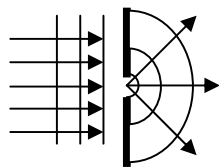


Fig.18a

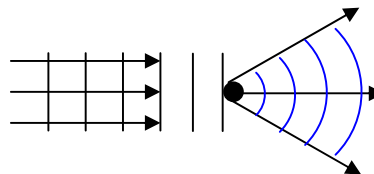


Fig.18b

¿Qué es la difracción?

Es un fenómeno, en el que la luz al interactuar con objetos de dimensiones comparables a su longitud de onda, deja de propagarse rectilíneamente. El frente de ondas se modifica y como cada punto se convierte en un foco emisor de nuevas ondas que se superponen en el espacio. Si son observadas en una pantalla, dan lugar a las imágenes de difracción. Contienen zonas intensamente iluminadas, los máximos, y otras carentes de luz, conocidas como mínimos nulos. En la



Fig.19

Fig.19 se observa la imagen de difracción producida por un orificio de diámetro 0,12 mm.

5.1 Difracción de Fresnel y de Fraunhofer

La difracción de la luz puede ser *de Fresnel* o *de Fraunhofer*. Daremos una información muy elemental de la primera, por su gran dificultad. En las explicaciones y fotografías mostradas, se considera que se emplea como fuente luminosa el LASER de helio-neón, que proporciona luz monocromática y coherente, de longitud de onda 632 nm (en el rojo).

5.2 Difracción de Fresnel

Se produce, cuando la fuente de luz y la pantalla, se encuentran a poca distancia del elemento, en el que tiene lugar la difracción.

Empleando un LASER hay que utilizar una lente L de pequeña distancia focal +5 mm, situada a unos centímetros del objeto para que sea alcanzado por un haz luminoso divergente, así es como si el foco luminoso estuviera a una distancia corta del elemento difractante, ver la **Fig.20**. La pantalla puede situarse a 1 m del objeto, sin embargo, al dar a ésta pequeños desplazamientos se van recogiendo distintas imágenes de difracción **Fig.21**. También moviendo el objeto y dejando fija la pantalla, se modifica la figura de difracción.

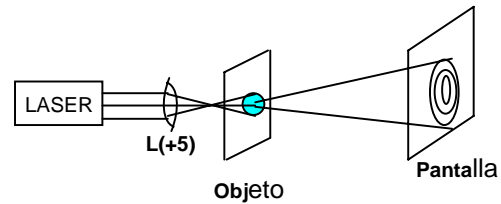


Fig.20

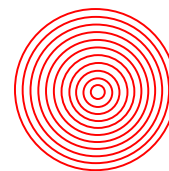


Fig.21. Imagen de la difracción de Fresnel por un orificio circular.

5.3 Difracción de Fraunhofer

Tiene lugar, cuando tanto el foco luminoso como la pantalla, se encuentran a una distancia teóricamente infinita del obstáculo. Empleando el LASER, y situando la pantalla a unos cuantos metros, se cumplen con buena aproximación tales requisitos, de manera que para estudiarla únicamente son necesarios los elementos que están en la **Fig.22**: LASER, objeto y pantalla.

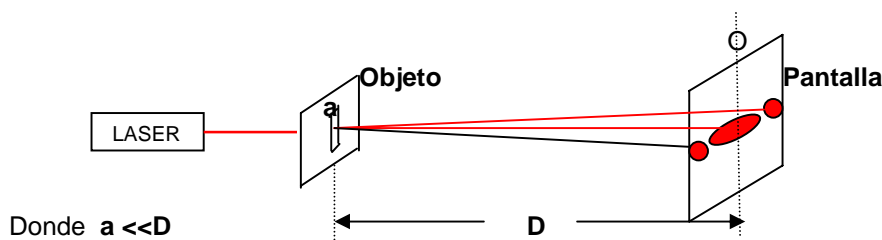


Fig.22

a) Difracción de Fraunhofer por una rendija rectangular muy estrecha.

Sea una rendija de anchura a , cuya imagen de difracción **Fig.23**, contiene un máximo principal en el centro señalado con M.P, limitado por dos mínimos nulos y a continuación una secuencia de máximos secundarios, separados entre sí por más mínimos nulos. La interpretación del fenómeno la da el principio de Huygens, en la **Fig.24** se tiene una

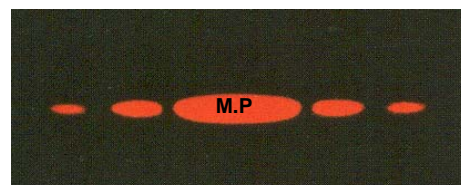


Fig.23

vista superior del experimento, con dos puntos A y B, de los que salen trenes de ondas que se superponen en la pantalla, y que según sea la longitud del camino recorrido hasta la misma, llegarán con igual fase produciendo un máximo, o en oposición de fase originando un mínimo nulo.

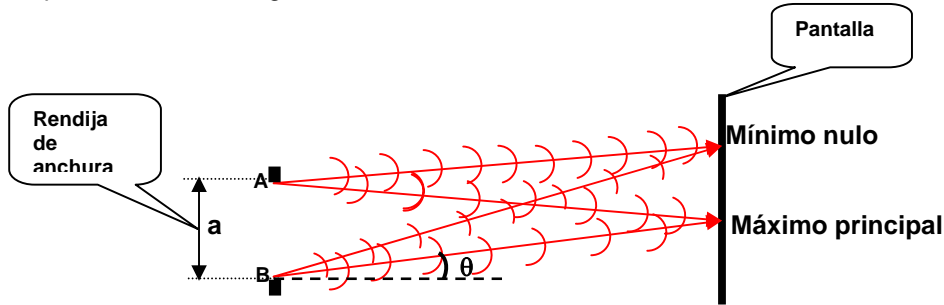


Fig.24. Vista superior de la rendija

La intensidad en el máximo principal M.P. es muy alta y se puede demostrar que viene dada por la ecuación.

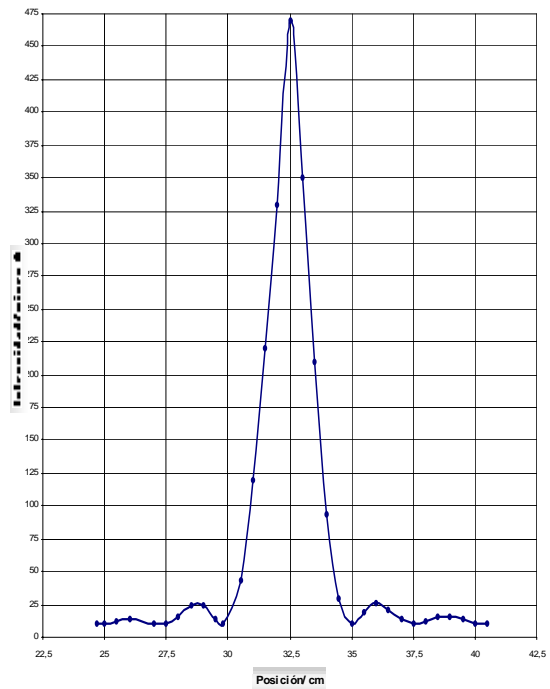
$$I = I_m \left[\frac{\text{sen} \frac{a\pi \text{sen} \theta}{\lambda}}{\frac{a\pi \text{sen} \theta}{\lambda}} \right]^2 \quad [15]$$

Donde I_m es la intensidad en el centro del máximo principal.

En los máximos secundarios la intensidad viene dada por la ecuación.

$$I = I_m \frac{1}{(2n+1)^2 (\pi/2)^2} \quad [16]$$

La intensidad en un máximo secundario disminuye muy rápidamente en relación a la del máximo principal. En la Fig.25 se muestra una curva experimental, de la variación de la intensidad a lo largo de la imagen de difracción para la fotografía que vemos en la Fig.23.



Aproximadamente el 87% de la intensidad luminosa de la figura de difracción está en el máximo principal.

Posición de los mínimos nulos

Si la rendija tiene una anchura a y su distancia a la pantalla es D , siendo $a \ll D$, se demuestra que la posición de los mínimos nulos medidos desde el centro del máximo principal O , véase la Fig.22, viene dada por la ecuación:

$$z_{min} = n \frac{D\lambda}{a} \quad [17]$$

Con $n = \pm 1; \pm 2; \pm 3; \dots$ Según se encuentren a un lado o al otro, del máximo principal.

¿Cuál es la anchura del máximo principal?

Basta restar las posiciones de los dos primeros mínimos nulos que lo limitan. Se obtiene para valores de n , iguales a $+1$ y -1 .

Anchura del máximo principal:
$$\Delta M = 1 \frac{\lambda D}{a} - (-1) \frac{\lambda D}{a} = \frac{2\lambda D}{a} \quad [18]$$

¿Cuál es la anchura de un máximo secundario?

Los máximos secundarios están limitados por dos mínimos nulos consecutivos, los obtenidos por ejemplo para $n = 2$ y $n = 1$.

La anchura de un máximo secundario es:
$$\Delta m = 2 \frac{\lambda D}{a} - \frac{\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a} \quad [19]$$

Comparando [19] con [18] se deduce: *Un máximo secundario, es la mitad de ancho que un máximo principal.*

b) Difracción por un orificio circular

Si un orificio pequeño se ilumina con luz monocromática y coherente se produce la difracción. En la **Fig.25** aparece su imagen y como se puede observar “tiene memoria”, pues su forma está en relación con la geometría del agujero.

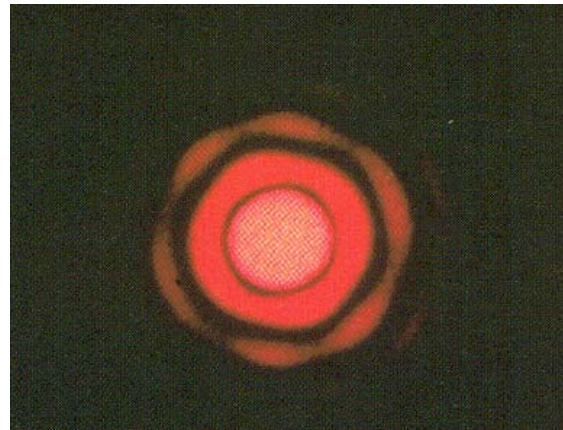


Fig.25. Imagen de difracción de Fraunhofer producida por un orificio circular.

Se compone de un disco luminoso central, el máximo principal, rodeado de un anillo negro, el mínimo nulo, y a continuación una secuencia de máximos y mínimos. De nuevo, la mayor parte de la intensidad luminosa está en el máximo principal y la gráfica de la variación de la intensidad es similar a la de la figura anterior.

Si se considera un agujero de diámetro a , y se analiza la imagen de difracción en una pantalla situada a una distancia D , siendo $a \ll D$, **Fig.26**

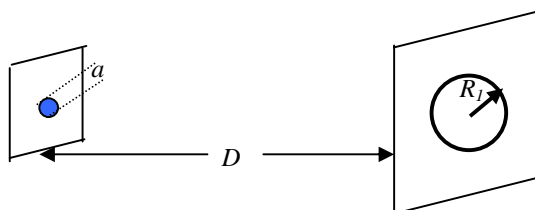


Fig.26. Radio del primer mínimo nulo

El radio R_1 del primer mínimo nulo viene dado por: $R_1 = 1,22 \frac{\lambda D}{a}$ [20]

Que varía inversamente al diámetro del agujero. El coeficiente cambia según el orden del mínimo nulo, para el primero vale 1,22.

Para medir el diámetro de los glóbulos rojos se preparó un frotis y se situó el vidrio con los glóbulos rojos delante de un LASER de longitud de onda de 632 nm . Se emplazó una pantalla para recoger la imagen de difracción situada a una distancia del frotis de 50 cm .

Observando que la imagen de difracción es similar a la producida por un orificio circular se midió el radio del primer mínimo nulo, obteniéndose $5,04 \text{ cm}$. Calcular el diámetro de los glóbulos rojos.

Aplicando la ecuación [20] para despejar a se tiene:

$$a = 1,22 \frac{\lambda D}{R_1} = 1,22 \frac{632 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 0,50 \text{ m}}{5,04 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 7,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 7,6 \mu\text{m}$$

El valor obtenido es de $7,6$ micrómetros

APÉNDICE

Composición de dos movimientos ondulatorios de la misma dirección y frecuencia. Construcción de FRESNEL.

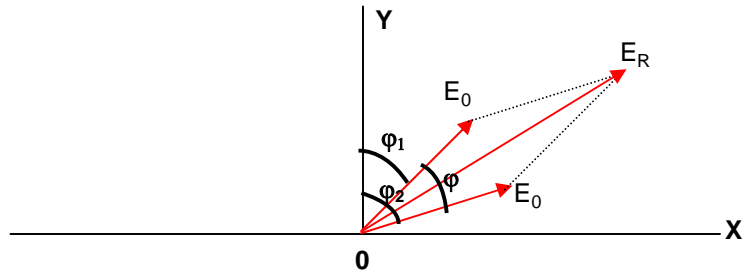
Cuando dos movimientos vibratorios de igual frecuencia y dirección, que se superponen en puntos del espacio, el estado de la interferencia producida, se puede determinar mediante la construcción de Fresnel, o con el también llamado diagrama de fasores. Sean E_1 y E_2 las ecuaciones correspondientes a los movimientos componentes.

$$E_1 = E_0 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) \qquad E_2 = E_0 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

El movimiento resultante es por el principio de superposición:

$$E = E_1 + E_2 = E_0 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) + E_0 \text{ sen } 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right)$$

Para hacer la composición, se consideran dos vectores situados en el plano del papel (**XY**), cuyos módulos son del mismo valor, e iguales a las amplitudes E_0 . Los vectores se dibujan formando con el eje **Y**, un ángulo igual a la fase inicial de cada ecuación, que por necesidad de situarlas en el dibujo se han llamado φ_1 y φ_2 respectivamente. Después se suman por la regla del paralelogramo.



Si es φ el ángulo formado por los dos vectores, se deduce de la figura, que

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) - 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{x_2}{\lambda} - \frac{x_1}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right)$$

Aplicando el teorema del coseno para hallar E_R resulta:

$$E_R^2 = E_0^2 + E_0^2 + 2E_0 \cdot E_0 \cos \varphi = 2 E_0^2 + 2E_0^2 \cos 2\pi \left(\frac{x_2 - x_1}{\lambda} \right)$$

$$E_R^2 = 2E_0^2 \left(1 + \cos \frac{2\pi(x_2 - x_1)}{\lambda} \right)$$

Que es la ecuación de la amplitud utilizada en las interferencias producidas por una doble rendija.