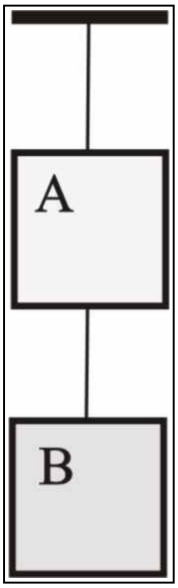
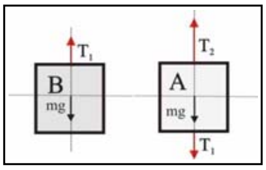
2.4. MASAS ENLAZADAS

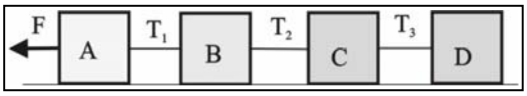


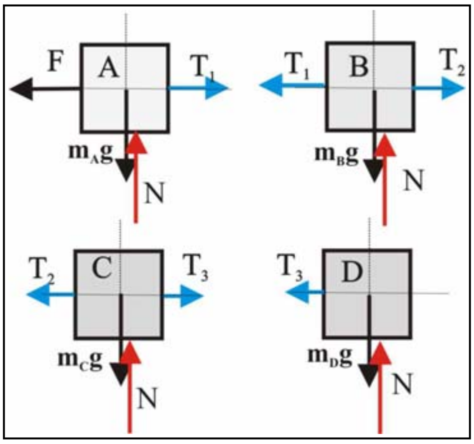


2.4.1*. Dos cuerpos A y B de igual masa m, colgados del techo por cuerdas inextensibles y sin peso, están en equilibrio. De ellos podrás decir que:

a) SOBRE A Y B ACTÚAN SÓLO FUERZAS A DISTANCIA
b) SOBRE A ACTÚAN 3 FUERZAS Y 2 SOBRE B
c) LAS FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE B SON IGUALES EN MÓDULO.
d) LA TENSIÓN DE LA CUERDA QUE UNE A AL TECHO ES IGUAL A SU PESO

SOL:
Si hacemos los diagramas del sólido libre para los cuerpos A y B, observamos que, sobre B, actúa la acción gravitatoria mg fuerza a distancia, y la tensión T_1 de la cuerda, fuerza de contacto e interior.
Sobre A, actúan, la acción gravitatoria mg, a distancia, la tensión T_1 de la cuerda inferior, y en sentido contrario la tensión T_2, de la cuerda superior.
Como ambos cuerpos están en equilibrio, aplicando la 2 ley de Newton:
para el cuerpo B, $mg-T_1 = 0$, $T_1 = mg$. Ambas fuerzas tienen sentido contrario, sólo sus módulos son iguales, por lo cual es correcta la opción c
para el cuerpo A, $mg + T_1 - T_2 = 0$,$T_2 = 2mg$. Como actúan 3 fuerzas, es también correcta la propuesta b . Las demás propuestas son erróneas.



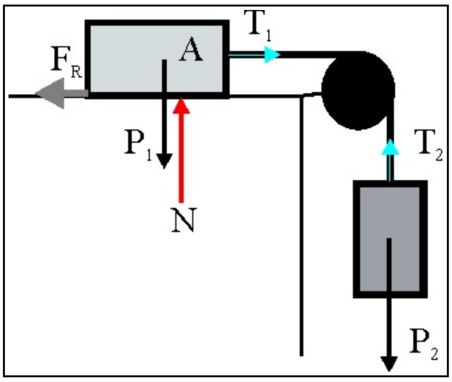


2.4.2*. En el esquema de la figura, los bloques A, B, C y D de igual masa y coeficiente de rozamiento, están unidos por cuerdas de masa despreciable e inextensibles. Las tensiones de las cuerdas entre los bloques son respectivamente T_1, T_2 y T_3. Sobre A, se efectúa una fuerza F, de tracción para mover el sistema. En esta situación podrás decir que:

a) EN CADA CUERDA HAY DOS TENSIONES IGUALES Y CONTRARIAS
b) LAS TENSIONES EJERCIDAS SON LAS FUERZAS NECESARIAS PARA MANTENER TENSAS LAS CUERDAS Y PROPORCIONAR ACELERACIÓN.
c) SOBRE B ACTÚAN DOS TENSIONES IGUALES Y CONTRARIAS
d) SOBRE C ACTÚAN DOS TENSIONES DIFERENTES
e) D SE MUEVE ÚNICAMENTE POR EFECTO DE UNA TENSIÓN
f) $T_1 = T_2 = T_3$ g) $T_1 > T_2 > T_3$ h) $T_1 < T_2 < T_3$

SOL:
Los conceptos físicos indican que la tensión es la fuerza que mantiene tensa una cuerda dentro de un sistema ligado. Es evidente que si la masa de la cuerda es despreciable y es inextensible, las dos tensiones que ejerce cada cuerda en sus extremos sobre los cuerpos ligados a ésta, deben ser iguales y opuestas por ser de interacción mutua. Por lo tanto las propuestas a *y* b, *son correctas*. Si aplicamos la 2ª ley de Newton a todo el sistema y dado que las tensiones se anulan entre sí, siendo la masa de cada cuerpo m, $F = 4ma$, y $a = F/4m$.
Los diagramas del sólido libre para el sistema de la figura, y los cuerpos A,B,C y D, que se adjuntan, tenemos que, las fuerzas que actúan en la dirección del movimiento:
Sobre A: $F-T_1=ma$,$T_1=F-ma= F-m.F/4m = 3F/4$ N.
Sobre B: $T_1-T_2=ma$,$T_2 = T_1-ma = 3F/4 -m.F/4m = F/2$ N.
Sobre C: $T_2-T_3=ma$, $T_3 =T_2-ma = F/2 - m.F/4m = F/4$ N.
Sobre D: $T_3 = ma = F/4$ N

Por lo tanto, las tensiones son diferentes, siendo $T_1>T_2>T_3$, con lo que las opciones g, d, y e, también son correctas.



2.4.3*. El sistema de la figura, en el que la polea es de masa despreciable, se encuentra en equilibrio. Podríamos decir que:

a) **P_1** Y **P_2** SON FUERZAS A DISTANCIA, TALES QUE EL MÓDULO DE **P_1** ES MAYOR QUE EL MÓDULO DE **P_2**, SI EL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO DEL CUERPO A, ES <1

b) **T_1** Y **T_2**, SON FUERZAS DE CONTACTO, Y ACTÚAN A LO LARGO DE LA CUERDA QUE UNE LOS CUERPOS, CON PUNTO DE APLICACIÓN EN LOS MISMOS. SIENDO SUS MÓDULOS IGUALES.

c) **F_R**, ES UNA FUERZA DE CONTACTO Y SÓLO SE PUEDE APLICAR EN LA SUPERFICIE DE CONTACTO Y CON SENTIDO CONTRARIO AL POSIBLE DEL MOVIMIENTO POR SER UNA FUERZA DE ROZAMIENTO

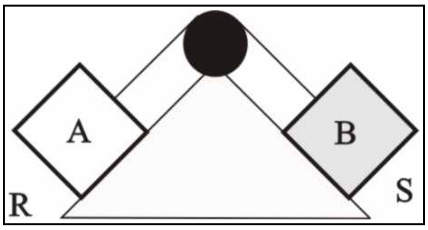
d) **N** ES UNA FUERZA DE CONTACTO, SU MÓDULO ES IGUAL AL DE P_1.

SOL:

El estado de equilibrio del sistema, implica que la suma de todas las fuerzas deberá ser nula. La fuerza a distancia **P_1** se equilibra con la reacción del suelo **N**, así **P_1**-**N**=0, y $P_2 - F_R = ma$, Si $a = 0$,

$P_2 = F_R = \mu N$, $|\vec{P}_2| = \mu|\vec{P}_1|$; Si $\mu < 1$, $|\vec{P}_1| > |\vec{P}_2|$, tal como se propone en la opción a.

Por definición de tensión y de fuerza de rozamiento, y lo expuesto anteriormente permiten asegurar que las siguientes opciones b, c y d, también son correctas.



2.4.4.* Dispones de un sistema como el de la figura en el cual las masas A y B, son respectivamente, m_A= M y m_B= 4M, sus coeficientes de rozamiento respectivos son iguales a 0,5 y están unidas por un hilo de masa despreciable e inextensible. Los ángulos sobre R y S, son de $45°$. De todo ello podrás decir que:

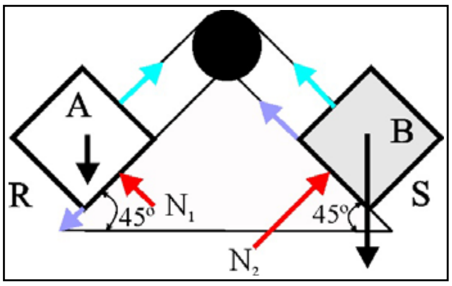
a) EL SISTEMA DESLIZA HACIA S

b) EL SISTEMA DESLIZA HACIA R

c) EL SISTEMA NO DESLIZA

d) LA FUERZA DE ROZAMIENTO DE A, ESTÁ DIRIGIDA HACIA R

e) EL MÓDULO DE LA ACELERACIÓN DEL SISTEMA EN m/s^2 vale $\frac{\sqrt{2}}{2}$ *(toma g=10 m /s²)*



SOL:

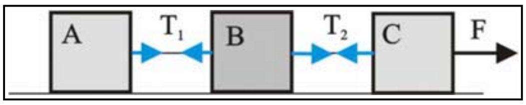
Sobre el sistema actúan los pesos de A y B, m**g** y 4m**g**. Las reacciones normales respectivas **N_1** y **N_2**, y las fuerzas de rozamiento cuyo sentido dependerá del movimiento. Si descomponemos los pesos, en dos componentes tangencial y normal, obtendremos fuerzas tangenciales contrarias $4mg\text{sen}\,45°$ y $mg\text{sen}\,45°$, mientras que las que actúan perpendicularmente sobre la superficie de deslizamiento son $4mg\cos 45°$ y $mg\cos 45°$, que se equilibrarán con las reacciones de las superficies.

Si suponemos inicialmente que el sistema desliza en el sentido de actuación de la fuerza mayor $4mg\text{sen}\ 45°$, todas las fuerzas de rozamiento $\mu.4mg\cos 45°$ y $\mu\, mg\cos 45°$, actuarán en sentido contrario, por lo tanto y por aplicación de la 2ª ley de Newton, tendremos que:

$4mg\text{sen}\,45° - mg\text{sen}\,45° - 0{,}5.4mg\cos 45° - 0{,}5\ mg\cos 45° = 5m.a$,

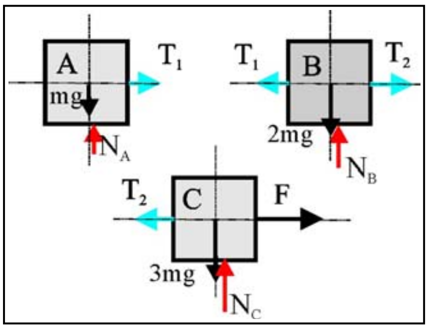
puesto que $\text{sen}\,45° = \cos 45°$, a= $0{,}5g\ \text{sen}\,45°/5$,en el sentido de S,

$|\vec{a}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ m/s². Por lo tanto son correctas la a, d y e.

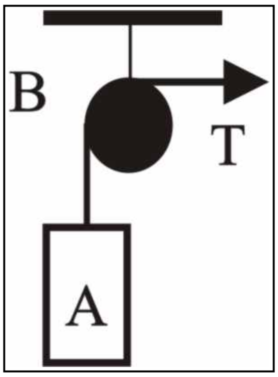


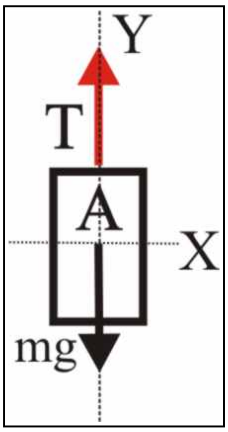
2.4.5.* En el sistema de la figura A, B y C están unidos por cuerdas inextensibles y de masas despreciables y tienen masas respectivas m_A= M, m_B= 2M y m_C= 3M, moviéndose sin rozamiento por la acción de una fuerza de tracción **F**, sobre C. Las tensiones entre A y B, y entre B y C, son respectivamente $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{T}_2$. En esta situación podrás decir que:

a) EL MÓDULO DE $\mathbf{T}_1$ ES IGUAL AL DE $\mathbf{T}_2$
b) EL MÓDULO DE **F** ES MAYOR QUE EL DE $\mathbf{T}_2$
c) EL MÓDULO DE $\mathbf{T}_1$ ES MAYOR QUE EL DE $\mathbf{T}_2$
d) EL MOVIMIENTO QUE LLEVA EL SISTEMA SIEMPRE SERÁ UN M.U.A.
e) LA ÚNICA FUERZA NO EQUILIBRADA ES **F**
f) SÓLO HAY FUERZAS DE CONTACTO



SOL:
En el sistema, dado que no hay rozamiento, actúa **F**, y las tensiones que se anulan entre sí dos a dos, al ser interiores. Las acciones gravitatorias, y las reacciones normales se anulan entre ellas. De tal forma que,
F=M_{total} · a = 6M·**a**, **a**=**F**/6M. Como la aceleración del sistema es constante el movimiento es uniformemente acelerado como propone la pregunta d.
Si realizamos diagramas de sólidos libres, considerando únicamente la dirección horizontal, en los cuerpos A, B y C , tenemos que :
Sobre C, actúa **F**, y $\mathbf{T}_2$, de tal forma que F-T_2=3M.a=3M.F/6M ,T_2=F-F/2=F/2 .
Sobre B, actúan $\mathbf{T}_2$ y $\mathbf{T}_1$, de tal forma que T_2-T_1=2M.a =2M.F/6M=F/3, T_1=F/2-F/3=F/6.
Sobre A, actúa únicamente en dirección horizontal $\mathbf{T}_1$, de tal forma que T_1=M.a =M.F/6M= F/6
Por lo tanto, y según lo desarrollado, sólo son válidas las opciones b, d y e. Siendo f falsa, porque los pesos son fuerzas que actúan a distancia.





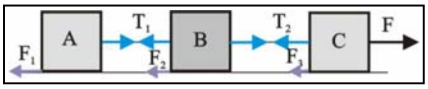
2.4.6*. En el esquema de la figura el cuerpo A de 1 kg tiene que ser subido 2 metros, aprovechando la cuerda que lo une a la polea B de masa despreciable. Ahora bien, la máxima tensión que puede aguantar dicha cuerda es de 19N. Por ello diremos que:

a) A DESCIENDE EN VEZ DE SUBIR POR SER INSUFICIENTE UNA TENSIÓN MENOR QUE 19N
b) EL TIEMPO DE SUBIDA NO PUEDE SER MAYOR DE 2/3 DE SEGUNDO
c) LA ACELERACIÓN DE SUBIDA TIENE QUE SER MENOR QUE 5 m/s^2
d) LA CUERDA SIEMPRE SE ROMPERÁ POR NO AGUANTAR LA TENSIÓN PARA SUBIR EL CUERPO A, SI a>9m/s²

SOL:
Puesto que la tensión máxima que aguanta la cuerda T=19N, mientras que el peso de A, es 10N (se toma g=10m/s²), haciendo un diagrama del sólido libre para A, en el sistema de referencia indicado, observaremos que está desequilibrado por lo que **T**-m**g**=m.**a** ,19**j**-10**j**=1.**a** , **a**=9**j** m/s². Por lo que A llevará un M.U.A., recorriendo los 2m en el sentido indicado.

Así 2=at²/2 , $t=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}\,s$.

La máxima aceleración de subida corresponderá a la máxima tensión que ejerce la cuerda a = 9m/s²>5m/s². Es evidente que si **a**>9**j** m/s², **T**> 19**j** N, y por lo tanto la cuerda se romperá.
Según el desarrollo efectuado, se comprueba que sólo son correctas las opciones b y d.

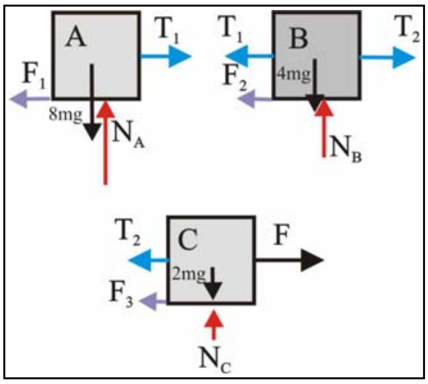


2.4.7.* El sistema de la figura está formado por 3 cuerpos A, B y C, de masas respectivas 8M, 4M y 2M, y con coeficientes de rozamiento 4μ, 2μ y μ (siendo μ=0,5), que están unidos por cuerdas inextensibles y de masa despreciable, y que se mueven bajo la acción de una fuerza de tracción de 28Mg, que se aplica sobre C. De todo ello podrás decir que:

a) $\mathbf{F}_1 > \mathbf{F}_2 > \mathbf{F}_3$ b) $\mathbf{F}_1 < \mathbf{F}_2 < \mathbf{F}_3$ c) $\mathbf{T}_1 > \mathbf{T}_2$
d) $\mathbf{T}_1 < \mathbf{T}_2$ e) a=g/2 m/s^2

Si ahora cortas la cuerda entre A y B, y sitúas A encima de B, el sistema se moverá con una aceleración en m/s^2 de:

a) g b) g/2 c) g/4 d) 15g/14 e) NADA DE LO DICHO



SOL:

Argumentando como en la cuestión anterior e incluyendo la fuerza de rozamiento $F_R=\mu N$, (cada una dependerá en cada caso de la reacción normal respectiva), actuando siempre en sentido contrario al de desplazamiento del sistema, de tal forma que:

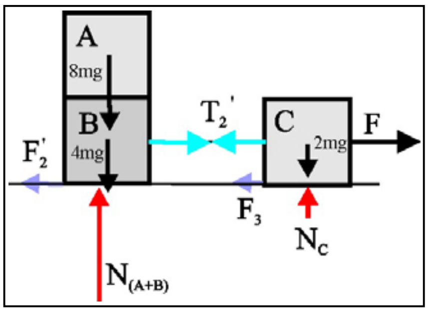
Para el cuerpo A, $F_1=\mu_1 N_1=\mu_1$.8Mg=4.0,5.8Mg=16Mg

Para el cuerpo B, $F_2=\mu_2 N_2=\mu_2$.4Mg=2.0,5.4Mg=4Mg

Para el cuerpo C, $F_3=\mu_3 N_3=\mu_3$.2Mg=1.0,5.2Mg=Mg

Dado que las tensiones, son fuerzas interiores se anulan dos a dos. La aplicación a todo el sistema de la segunda ley de Newton, nos indica que:

$F-F_1-F_2-F_3$=(8M+4M+2M).a (I), 28Mg-16Mg-4Mg-Mg=14Ma; a=7g/14=g/2 m/s².



Las tensiones se pueden calcular aislando cada cuerpo, y realizando un diagrama del sólido libre incluyendo todas las fuerzas que actúan sobre él. Así:

Sobre C, actúa **F**, $\mathbf{T}_2$ y $\mathbf{F}_3$, como fuerzas de contacto, en la dirección del movimiento, estando equilibradas el peso y la reacción del suelo $\mathbf{N}_C$. Por eso $F-T_2-F_3$=2M.a, $T_2=F-F_3$-2M.a = 28Mg-Mg-2Mg/2=26Mg N.

Sobre A, actúa $\mathbf{T}_1$ y $\mathbf{F}_1$, así T_1-F_1=8M.a ,$T_1=F_1$+8M.a=16Mg+8M.g/2= 20Mg N.

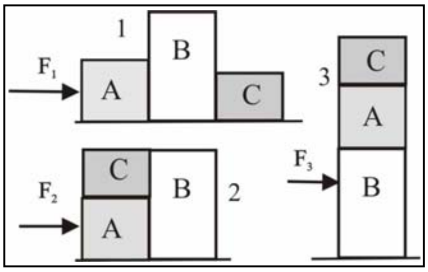
En función de los resultados obtenidos, se podrá asegurar que $\mathbf{F}_1>\mathbf{F}_2>\mathbf{F}_3$, tal como se indica en la propuesta a. Que $\mathbf{T}_2>\mathbf{T}_1$, tal como se propone en d. Igualmente es correcta la e.

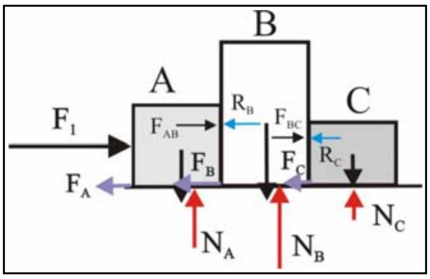
Al cortar la cuerda entre A y B, y sitúas A encima de B, el sistema se transforma, tal como indica el esquema. La fuerza de rozamiento $\mathbf{F}_2$, entre la superficie de B y el suelo, se modifica, pues

F_2'=2.0,5.(4M+8M)g=12Mg, y la ecuación (I), se transforma en

$F-F_3-F_2'$=[2M+(4M+8M)].a';

28Mg-Mg-12Mg=14M.a', 15Mg=14M.a', a'=15g/14 m/s², tal como indica la opción d.





2.4.8*. Los cuerpos A, B y C de masas m_A= 2 kg, m_B= 4 kg y m_C= 1 kg y coeficientes de rozamiento respectivos 1/4, 1/8 y 1/2, se disponen de las 3 formas indicadas. Si en cada caso la aceleración del sistema es de $2 m/s^2$, dirás que:

a) $\mathbf{F}_1 > \mathbf{F}_2 > \mathbf{F}_3$
b) $\mathbf{F}_1 < \mathbf{F}_2 < \mathbf{F}_3$
c) $\mathbf{F}_1 > \mathbf{F}_3 > \mathbf{F}_2$
d) LA FUERZA DE CONTACTO QUE EJERCE A SOBRE B EN 1 ES MAYOR QUE LA QUE EFECTÚA EN 2
e) LA FUERZA DE CONTACTO QUE EJERCE A SOBRE B EN 2 ES MENOR QUE LA QUE EFECTÚA EN 3.

Nota: (Se supone, en el caso 2, que toda la fuerza sobre B, la ejerce únicamente el bloque A. En la disposición 3, se supone que la fuerza F_3 desplaza a los tres bloques como si estuvieran unidos entre sí).

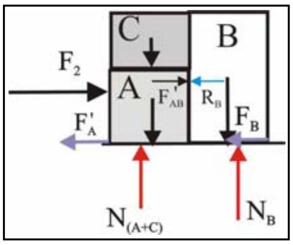
(tome g=10 m/s²)

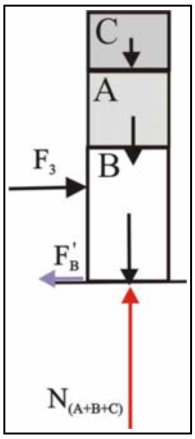
SOL:

Dado que las fuerzas interiores entre los cuerpos, se anulan, el diagrama de fuerzas para la situación 1, indica que las fuerzas de rozamiento ($\mathbf{F}_R = \mu\,\mathbf{N}$), que se oponen al movimiento, debidas a la interacción de las superficies de A,B y C, con el suelo, son :

F_A= (1/4).2g =g/2 N , F_B=(1/8).4g = g/2 N, F_C=(1/2).1.g =g/2 N. Por lo tanto en el caso 1:

$F_1-F_A-F_B-F_C=M_T\cdot a = 7\cdot 2$ N=14 N, $F_1=14+3\cdot g/2 = 29$N.





Si aplicamos al caso 2, los mismos argumentos, se modifica F_A, en este caso F_A'=(1/4)(2+1)g=3g/4 N.

Por lo tanto $F_2-F_A'-F_B=7\cdot 2$ N, F_2=14+12,5=26,5 N.

En el caso 3, F_B', la fuerza de rozamiento que se ejerce entre la superficie de B y el suelo, será

F_B'=(1/8)(2+4+1)g = 7g/8 N = 8,75 N, $F_3-F_B'=7\cdot 2$ N, F_3=14+8,75=22,75 N .

Con los resultados obtenidos, de las 3 primeras, la única propuesta correcta es la a.

Si observamos las fuerzas actuantes, en el caso 1 y sobre B, actúan: la acción de A, la fuerza de rozamiento $\mathbf{F}_B$, la reacción que ejerce C sobre B, $\mathbf{F}_{CB}$, el peso y la reacción del suelo (perpendiculares al mismo). Aplicando la segunda ley de Newton a las fuerzas que actúan en la dirección del movimiento,

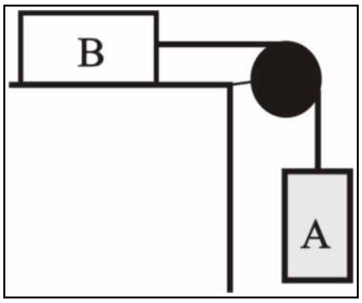
$F_{AB}-F_B-F_{CB}=M_B\cdot a = 4\cdot 2$ N. Como F_{CB}, se puede calcular a partir de F_{BC} que es la que produce el movimiento de C, tal que $F_{BC}-F_C=M_C\cdot a$, y $F_{BC}=1\cdot 2+5$ = 7N.

Por lo tanto, F_{AB}=8+5+7 = 20 N.

En el caso 2, la que ejerce A (suponemos que toda la fuerza sobre B, la ejerce A y no C),

$F_{AB}'-F_B=4\cdot 2$ N, F_{AB}'=8+5=13 N. Por lo tanto $F_{AB}>F_{AB}'$, como se indica en la opción d .

La fuerza de contacto que ejerce A sobre B, en 3, es debida a su peso y el de C, y por lo tanto valdrá 30N, o sea, mayor que la que ejerce en 2, que era de 13N, por lo que la opción e, será incorrecta.

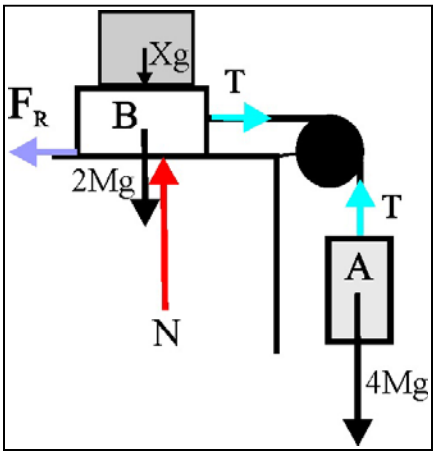


2.4.9. Dispones de 2 cuerpos A y B, de masas respectivas m_A= 4M y m_B= 2M, unidos por un hilo inextensible y de masa despreciable, en un sistema como el de la figura. El coeficiente de rozamiento de B es 1/2. Si quieres que dicho sistema reduzca su aceleración hasta la mitad, deberás situar sobre B, un cuerpo X de masa, en kilogramos:

a) 2M b) 4M c) 8M/3 d) 5M/2 e) NADA DE LO DICHO

En esta situación dirás que la tensión de la cuerda sólo podrá ser en newtons:

a) 2Mg b) 3Mg c) 4Mg d) Mg e) NADA DE LO DICHO



SOL:

Las fuerzas que actúan en el sistema son inicialmente, y tal como indica el esquema:

A distancia m_A**g** =4M**g** y m_B**g**=2M**g**, ésta última se encuentra equilibrada con una fuerza de contacto que es la reacción del suelo, **N**.

La cuerda inextensible y de masa despreciable ejerce unas tensiones **T**, sobre A y B, cuya suma es 0. Sobre B, actúa la F_R= μ N = 0,5·N=0,5·2Mg = Mg.

Por lo tanto, la aplicación de la segunda ley de Newton al movimiento del sistema no equilibrado, determina la aceleración que llevaría.

Así: 4Mg-Mg=6M·a (I), a =3g/6 = g/2 m/s².

Si se pretende que la aceleración del sistema sea g/4, se deberá aumentar la $\mathbf{F}_R$, incrementando **N**, para lo cual situamos una masa X, sobre B.

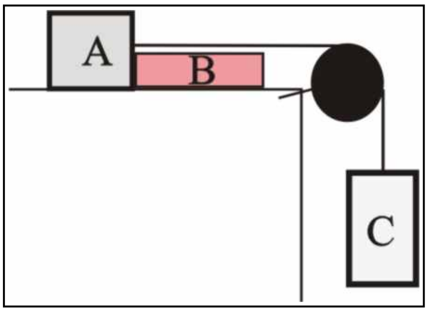
De esta forma F_R'= μ (2M+X)g =0,5(2M+X)g, y la ecuación (I), se transforma en:

4Mg-(Mg+Xg) 0,5= (6M+X)·g/4 .Simplificando y resolviendo :

X= 8M/3, como se indica en c.

La tensión de la cuerda se puede calcular, sin necesidad del dato anterior dado que las fuerzas que actúan sobre A en el segundo caso se produce:

4Mg-T=4M·g/4 , T =3Mg como propone la respuesta b.



2.4.10. En el sistema de la figura las masas C y A son respectivamente m_C= 4M y m_A= M. El bloque B, es un cuerpo de masa desconocida que se encuentra adosado a A y los coeficientes de rozamiento de A y B, valen ambos 1/2. En esta situación dirás que la masa de B para que el sistema se mueva con movimiento uniforme deberá ser en kilogramos:

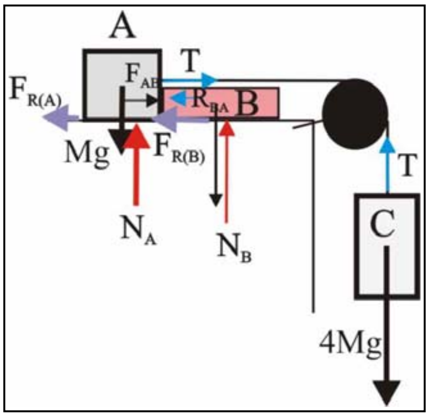
a) 2M b) 4M c) 5M
d) 7M e) NADA DE LO DICHO

- Si ahora duplicamos la masa de B, ocurrirá que:

a) EL SISTEMA SE MOVERÁ HACIA LA IZQUIERDA
b) EL SISTEMA SE DESPLAZARÁ HACIA LA DERECHA CON UNA ACELERACIÓN MITAD DE LA QUE TENÍA
c) EL SISTEMA NO SE MOVERÁ
d) LA TENSIÓN DE LA CUERDA SERÁ DE 4Mg NEWTON~~S~~

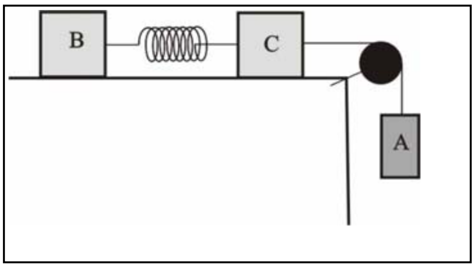
- Si después tomas B tal como era al principio y lo sitúas encima de A, dirás que el sistema:

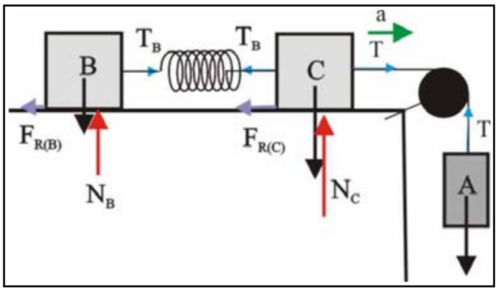
a) SE MOVERÁ CON MOVIMIENTO UNIFORME
b) NO SE MOVERÁ
c) TENDRÁ UN MUA HACIA LA IZQUIERDA
d) TENDRÁ UN MUR HACIA LA DERECHA
e) NADA DE LO DICHO

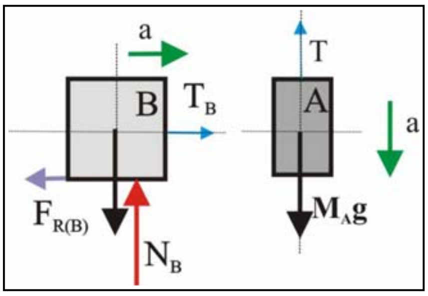


SOL:
Como el sistema está equilibrado (M.U.), la suma de todas las fuerzas actuantes deberá ser 0.Si se consideran únicamente las fuerzas que actúan en la dirección del movimiento, la atracción que ejerce la Tierra sobre C, 4M**g** , desplaza hacia la derecha, los bloques A y B, pero las fuerzas de rozamiento sobre A y B (μ **N**), restringirá este movimiento, haciéndolo uniforme. Para ello la masa de B, X será tal que la fuerza de rozamiento sea mayor. La condición de equilibrio dinámico hace que:
4Mg-0,5.Mg-0,5.Xg =0, X=3,5M.2 = 7M, como se indica en d.

- Si se duplica X = 14M, la fuerza de rozamiento que se ejerce sobre X, se duplica, F'_R=0,5·14Mg=7Mg >4Mg impidiendo el movimiento y la tensión de la cuerda ya que C está suspendido y sin aceleración es T=4Mg N comprobándose la validez de las opciones c y d.
- Si sitúas B sobre A, puesto que los coeficientes de rozamiento de B y A, son iguales, no variará la fuerza de rozamiento respecto al caso primero (A y B adosados, y el sistema estará con M.U. puesto que:
F_R= μ (M+7M)g=0,5.8M·g = 4Mg. y la fuerza neta sobre el sistema en la dirección del movimiento será nula.



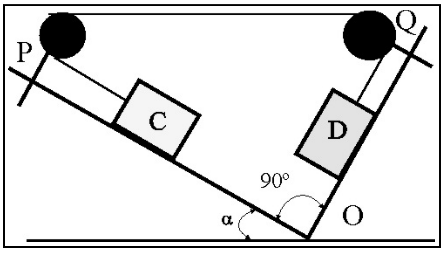


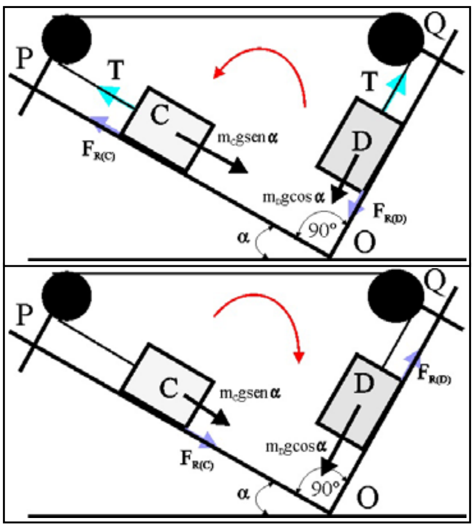


2.4.11*. En el esquema de la figura tenemos 3 cuerpos A, B y C, unidos estos dos últimos por un resorte, cuya constante elástica es de 10 N/cm, y de masa despreciable, tal como la del hilo inextensible que une A y C. Las masas de B y C son de 1 y 2 kg y sus coeficientes de rozamiento con la mesa de 1/2. Si te dicen que en un determinado momento, la deformación del resorte es de 1cm, podrás asegurar que:

a) A DESCIENDE CON UN MOVIMIENTO UNIFORME
b) A BAJA CON UNA MUA DE $a=5\ m/s^2$
c) EL SISTEMA NO SE MUEVE
d) LA MASA DE A ES DE 6kg
e) LA TENSIÓN EN A VALE 30N

SOL:
La fuerza que deforma un resorte es según la ley de Hooke, F=kx, siendo k, la constante elástica. Así que al alargarse 1 cm, en los extremos del muelle aparecen dos fuerzas iguales y de sentidos contrarios.
F = (10N/cm) · 1cm= 10N, que será la tensión que se ejerce sobre B. Si se realiza un diagrama del sólido libre del cuerpo B, las fuerzas que actúan serán: la que ejerce el resorte, 10**i** N, a la que se opone, la de rozamiento de B,
$F_R = \mu N = -0{,}5{\cdot}1{\cdot}10\ N = -5N$ (tomando $g=10m/s^2$) $\mathbf{F_R = -5\ i\ N}$
Por lo tanto $10\mathbf{i}-5\mathbf{i}=1{\cdot}\mathbf{a}$, $\mathbf{a}=5\mathbf{i}\ m/s^2$ que es la misma que la aceleración del sistema.
Si aplicamos ahora a todo el sistema, la segunda ley de Newton, considerando las fuerzas de rozamiento de B (5N) y C(0,5·2·10 N), que se oponen a M_Ag , que determina el sentido del movimiento,
$M_Ag-5-10=(M_A+3){\cdot}5$, $10M_A-5M_A=15+15=30$, $M_A=30/5=6$ kg.
Las fuerzas que actúan sobre A, en el sistema aislado, serán -60**j** N y **T**. Por lo tanto $-60\mathbf{j} + \mathbf{T} = 6{\cdot}(-5\mathbf{j})$
$\mathbf{T} = 60\mathbf{j} - 30\mathbf{j} = 30\mathbf{j}$ N. Los resultados comprueban la validez de las propuestas b, d y e.





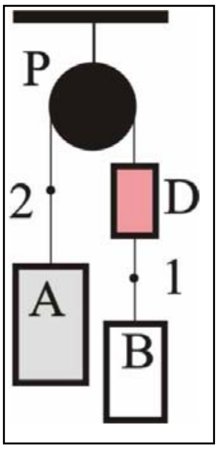
2.4.12. En un sistema como el de la figura, teniendo C y D el mismo coeficiente de rozamiento de 0,5 y siendo el ángulo $\alpha = 30°$ la relación entre las masas de C y D para que C comience a descender por el plano PO, deberá ser como mínimo:

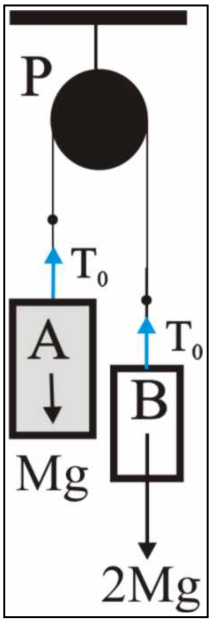
a) 1 b) 10 c) 15 d) >15 e) NADA DE LO DICHO

Mientras que si queremos que sea D el que comience a descender por el plano QO, la relación de las masas C y D, tendría que ser:

a) 4 b) 2 c) 3 d) >4 e) NADA DE LO DICHO

SOL:
En el caso de que descienda C sobre el plano PO, y por lo tanto ascienda D, la fuerza de deslizamiento paralela al plano procedente de la descomposición del peso de C, es $m_Cg\,sen\,30°$. A ella se oponen las fuerzas de rozamiento respectivas $0{,}5m_Cg\cos 30°$, y $0{,}m_Dg\cos 60°$ y la fuerza paralela al plano QO, $m_Dg\,sen\,60°$.
Las tensiones de la cuerda se anulan entre sí, por ser fuerzas interiores. Por lo tanto para que el sistema se empiece a mover debe suceder que la suma de todas las fuerzas aplicadas sea mayor que cero.
$m_Cg\,sen\,30° - 0{,}5m_Cg\cos 30° - 0{,}5m_Dg\cos 60° - m_Dg\,sen\,60° > 0.$
$0{,}5m_C-0{,}43m_C-0{,}25m_D-0{,}86m_D>0$; $0{,}07m_C-1{,}1m_D>0$, $0{,}07m_C/m_D-1{,}1>0$; $m_C/m_D > 1{,}1/0{,}7$; $m_C/m_D > 15{,}7$ Por ello, sólo es correcta la propuesta d.
Si el sistema se mueve con descenso de D y ascenso de C. La fuerza que origina el desplazamiento será: $m_Dg\,sen\,60°$.
A ella, se opondrán las demás. Así:
$m_Dg\,sen\,60° - m_Cg\,sen\,30° - 0{,}5m_Cg\cos 30° - 0{,}5m_Dg\cos 60° > 0$
$0{,}86m_D-0{,}25m_D-0{,}43m_C-0{,}5m_C>0$; $0{,}61m_D-0{,}93m_C>0$
$m_C/m_D > 0{,}61/0{,}93$; $m_C/m_D > 0{,}65$
Por lo tanto la segunda opción correcta será la e.





2.4.13. En un montaje característico de la máquina de Atwood, la masa de la polea se considera despreciable, y las masas de A y B, son respectivamente m_A=M y m_B= 2M. La masa que tendría que tener D para que la tensión de la cuerda en 2, sea 4/3 de la que tenía antes de situar D, será:

a) M b) 4M c) 6M
d) 10M e) NADA DE LO DICHO

Una vez colocada esa masa D, podrás asegurar que la tensión de la cuerda en 1, valdrá ahora:

a) Mg b) Mg/4 c) 2Mg/9
d) 4Mg/9 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Inicialmente el sistema con D=0, la aplicación de la segunda ley de Newton implica que: 2Mg - Mg =3M.a, a = g/3 m/s². La tensión de la cuerda T_0, es la misma a ambos lados de la cuerda y se va a calcular sobre A, de tal forma que T_0-Mg=Ma=Mg/3 ,T_0=4Mg/3.

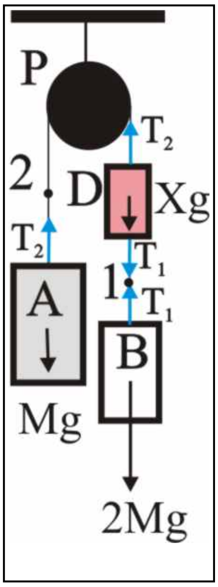
Siguiendo el enunciado se deberá situar una masa D tal que la nueva tensión en 2 cuyo diagrama de fuerzas está en la otra figura, T_2 sea:

$T_2 = 4T_0/3 = 4\cdot 4Mg/9 = 16Mg/9$.

La aceleración del sistema se podrá calcular a partir del cuerpo A, tal como se realizó antes.

Así 16Mg/9 - Mg=Ma$_2$, a_2=7g/9 m/s², y aplicándola a todo el sistema:

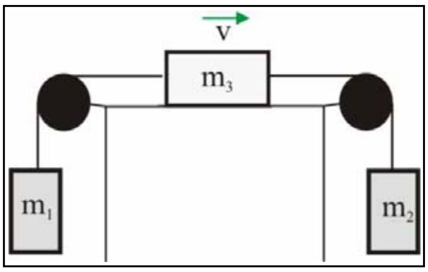
2Mg+Dg -Mg = (3M+D)·7g/9, 9M+9D=21M+7D, D = 6M kg.



La tensión de la cuerda en el punto 1, T_1, se calcula estudiando la acción de las fuerzas sobre el cuerpo B.

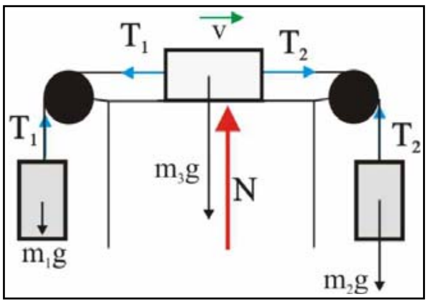
Así 2Mg-T_1=2M.a_2 =2M·7g/9. T_1=2Mg-14Mg/9=4 Mg/9 N.

Las respuestas correctas serán la c, en el primer planteamiento, y la d , en el segundo.



2.4.14. En el sistema representado en el dibujo se supone que las poleas carecen de masa. También suponemos que no hay ningún tipo de rozamiento. La aceleración del conjunto es:

a) $[m_2+(m_1+m_3)/(m_1+m_2+m_3)]g$
b) $[(m_2-m_1)/(m_1+m_2+m_3)]g$
c) $[m_3/(m_1+m_2+m_3)]g$
d) $[(m_2-m_1-m_3)/(m_2+m_1+m_3)]g$
e) NADA DE LO DICHO



SOL:

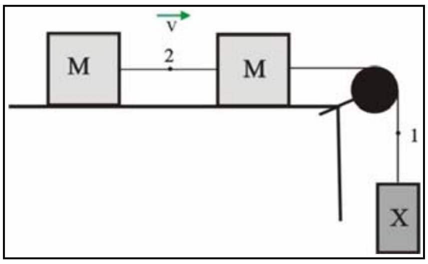
Si el sistema se esplaza sin rozamiento en el sentido indicado, cabe esperar que $m_2g>m_1g$ y $T_2>T_1$ Por lo tanto y dado que N-m_3g =0, aplicando la 2ª ley de Newton a todo el sistema:

$m_2g-m_1g = (m_1+m_2+m_3)\,a$

$g(m_2-m_1)= (m_1+m_2+m_3)\,a$

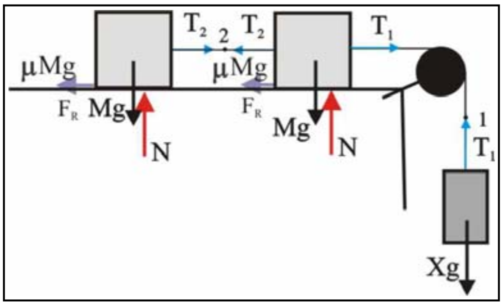
De lo que $a = \dfrac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m_3}g$

que corrresponde a la propuesta b

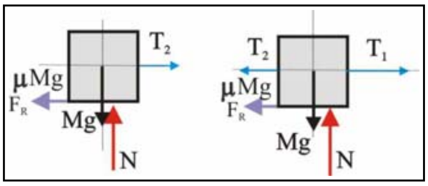


2.4.15*. Según el esquema de la figura, podrás decir que:

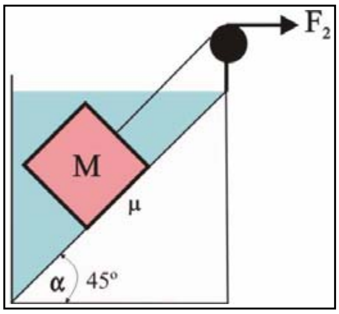
a) LA TENSIÓN EN 1 ES LA MITAD QUE EN 2
b) LA TENSIÓN EN 1 ES EL DOBLE QUE EN 2
c) LA TENSIÓN EN 1 ES INDEPENDIENTE DE LA MASA X
d) LA TENSIÓN EN 2 ES INDEPENDIENTE DE LA MASA X
e) LA TENSIÓN EN 2 DEPENDERÁ DEL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO DE LAS MASAS M CON LA MESA Y DE LA MASA DESCONOCIDA X



SOL:
Para determinar las tensiones, calcularemos primero la aceleración del sistema, sobre el que actúan como fuerzas exteriores:
a)En el sentido del movimiento, la debido a la acción gravitatoria sobre X : Xg
b) Oponiéndose a él, las debidas al rozamiento de las masas M: μ Mg y μ Mg.
La aceleración del sistema será **a**= g(X-2 μ M)/(2M+X)**i**
Si aislamos la última masa M, en el sentido del movimiento para considerar la tensión en 2, tenemos según el esquema del sólido libre que :
Sobre el eje Y : -Mg**j** + **N** = 0 .
Sobre el eje X, **T**$_2$- μ Mg**i**=M**a**, **T**$_2$= μ Mg**i**+ M**a** (I)
Sustituyendo **a** , **T**$_2$ = Mg(X-2 μ M)/(2M+X) **i** + μ Mg**i.**
De lo que **T**$_2$= MgX(1+ μ)/(2M+X)**i** (II)

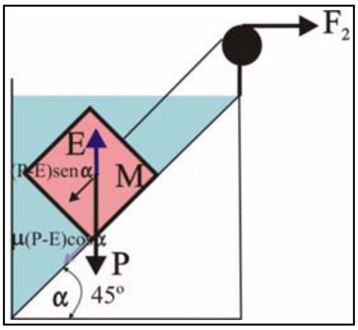


Para determinar **T**$_1$, podemos aislar el sistema de la masa intermedia, tal como indica el esquema, descomponiendo las fuerzas sobre los ejes X e Y.
Sobre el eje Y : **-Mgj** + **N** = 0.
Sobre el eje X: **T**$_1$ - **T**$_2$- μ Mg**i**=M**a**, **T**$_1$=**T**$_2$+ μ Mg**i**+ M**a** (III).
Si comparamos con (I), **T**$_1$=2**T**$_2$, que confirma la propuesta b; e invalida la a. Las dos tensiones, tal como indica la fórmula (II), de la masa X, por lo tanto son erróneas las propuestas c y d .La propuesta e es correcta, pues **T**$_2$ depende de X y del coeficiente de rozamiento. Los demás parámetros se suponen constantes.

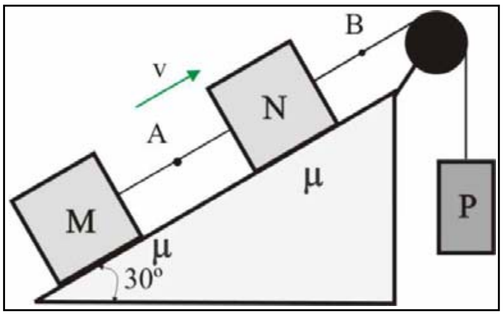


2.4.16.* Según el esquema de la figura, podrás decir que para que el cuerpo M ascienda por el plano inclinado con movimiento uniforme, la relación entre la fuerza F_2 que deberás ejercer cuando está totalmente sumergido, a F_1, fuerza que se ejercería si no hubiera agua, siendo P, el peso del cuerpo, y E el empuje que recibe del agua es:

a) 1 - P/E b) 1 + E/P c) 1 - E/P
d) 1 + P/E e) INDEPENDIENTE DE μ



SOL:
En el caso de que el recipiente esté lleno de agua, estando el cuerpo totalmente sumergido en ella, sufrirá una fuerza de empuje E**j**, en sentido contrario al peso -P**j**. Como el centro de masas coincide con el de empuje, en dicho punto actúa una fuerza vertical -(P-E)**j** .Descomponiéndola en una componente paralela al plano inclinado (P-E) senα y otra perpendicular que se equilibrará con la reacción del mismo N, (P-E) cosα .Oponiéndose al ascenso por el plano ,aquella fuerza así como la de rozamiento μ (P-E)cos α . Para que ascienda por MU y mientras esté sumergido en el agua: F_2 = (P-E)sen α + μ (P-E)cos α
Si no hay agua E=0, y F_1 = Psen α + μ P cos α =P(sen α + μ cos α).
De lo que el cociente de las dos fuerzas será: P-E/P = 1 - E/P, tal como se propone en c, independientemente del coeficiente de rozamiento, como se indica en e.



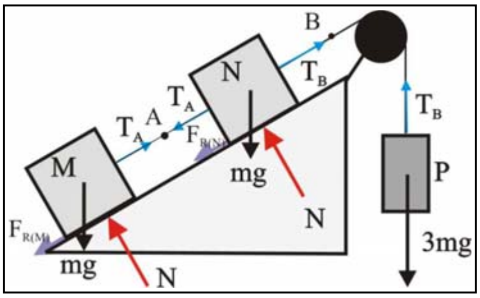
2.4.17.* Del sistema dado en el esquema de la figura, supuesta la masa de P el triple de la de M, que es idéntica a N, que se desplazan por el plano inclinado 30°, con un coeficiente de rozamiento μ=0,5 podrás decir que:

a) LA ACELERACIÓN DE P ES APROXIMADAMENTE EL 23%, DE LA QUE TENDRÍA SI SE CORTARA LA CUERDA POR B

b) LA TENSIÓN EN A, ES LA MITAD QUE EN B

c) LA TENSIÓN EN A, ES APROXIMADAMENTE 1,5 VECES LA DE B

d) SI CORTAS LA CUERDA POR A, LA MASA X QUE DEBERÁS DISPONER SOBRE N PARA QUE EL SISTEMA SE MUEVA CON UN MU SERÁ DE 2,2 VECES LA DE M



SOL:

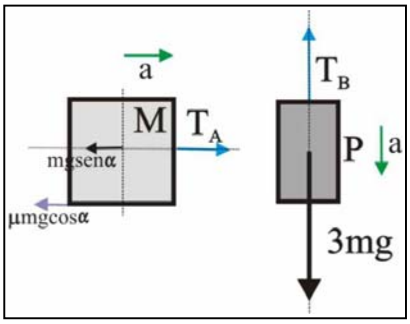
En el esquema de fuerzas presentado, y para determinar la aceleración del movimiento, sólo consideraremos las fuerzas que actúan en esa dirección. Suponemos que el movimiento viene determinado por la superior acción del campo gravitatorio sobre P, que tiene una masa triple que M y N= m.

Fuerzas que actúan en el sentido del movimiento: 3mg

Fuerzas que se oponen al movimiento, y puesto que las masas de M y N son iguales: 2mg sen 30° + 2 μ mg cos 30°.

Por lo que , aplicando la segunda ley de Newton , tenemos:

$$3mg - (2mg \operatorname{sen} 30° + 2\mu mg \cos 30°) = 5ma_1$$



De lo que a_1 =(g/5)(3-1-0,86)=1,14g/5=0,23g u.de a.

Si se corta la cuerda por B, P caerá libremente y a_2 = g .Por lo tanto a_1 es el 23% de a_2 tal como se indica en a.

La tensión en A, se puede calcular a través del diagrama del sólido libre efectuado. Así :

$$T_A - mg\operatorname{sen} 30° - \mu mg\cos 30° = ma = m.0{,}23g\ .$$

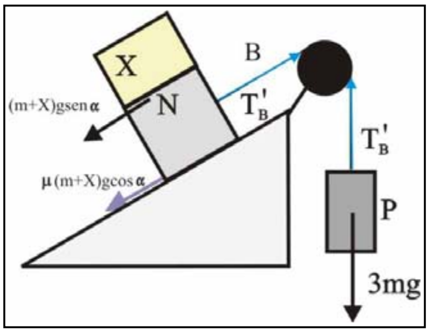
$$T_A = mg(0{,}5 + 0{,}5\ .0{,}86 + 0{,}23) = 1{,}16mg$$

La tensión en B, se puede calcular a partir del diagrama del sólido libre P, y así:

3mg - T_B = 3m.a= 3m.0,23g . T_B = 3mg-0,69mg = 2,31mg, aproximadamente 2T_A, como se propone en b, siendo errónea por lo tanto, la c.

Si cortas la cuerda por A, deberás disponer una masa X sobre N, para que N ascienda por el plano con movimiento uniforme. En este caso, a=0, y por lo tanto deberán equilibrarse las fuerzas:

$$3mg - [(m+X)g\operatorname{sen} 30°] - [\mu (m+X)g\cos 30°] = 0\ .$$



Eliminando g, y sustituyendo los valores:

3m-0,5m-0,43m= 0,5X+0,43X ; 2,07m = 0,93X ; X= 2,2m , como se propone en d.