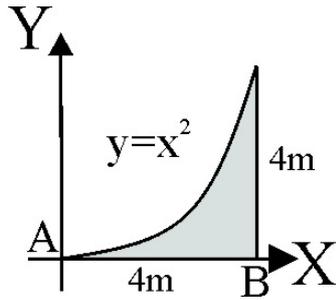


3.1. DETERMINACIÓN DEL CENTRO DE MASAS (continuación)



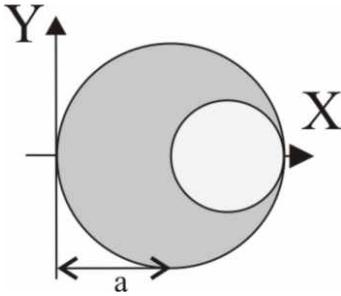
3.1.20. Una chapa uniforme de densidad superficial σ tiene la forma indicada en la figura.

La coordenada x de su centro de masas expresada en metros es:

- a) 1 b) 2 c) 2,5 d) 3 e) 3,5

y la coordenada Y de su centro de masas expresada en metros es:

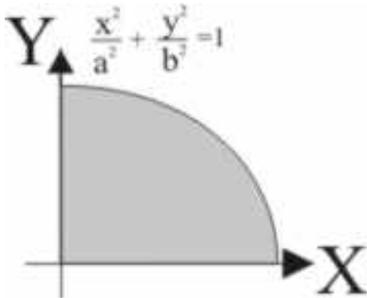
- a) 2,8 b) 3,8 c) 4,8 d) 5,8 e) 6,8



3.1.21. Sobre una chapa circular de radio a y densidad superficial constante σ , se practica un agujero de radio $a/2$ de forma simétrica respecto al eje X , tal como indica la figura.

El centro de masas resulta que está situado sobre el eje X a una distancia del origen de:

- a) $a/6$ b) $3a/6$ c) $5a/6$
d) $a/2$ e) NADA DE LO DICHO



3.1.22. Una chapa de sección uniforme tiene la forma indicada en la figura, esto es, su superficie corresponde a un cuarto de la superficie de la elipse de semiejes a y b . El centro de masas de dicha figura tiene de coordenadas:

- a) $4a/3\pi, 4b/3\pi$ b) $3a/4\pi, 4b/3\pi$ c) $3a/4\pi, 3b/4\pi$
d) $3a/7\pi, 3b/8\pi$ e) $4a/3\pi, 8b/3\pi$

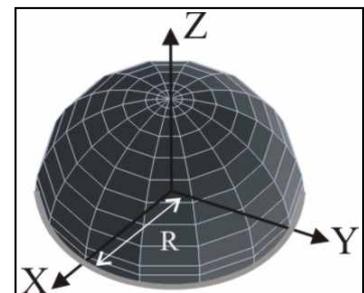


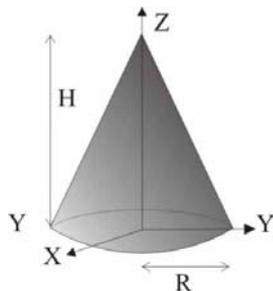
3.1.23. Si quisieras apoyar una moneda circular, horadada de tal forma que el cilindro vaciado tiene por diámetro, el radio R de la moneda, tal como se aprecia en la figura, sobre un lápiz cortado, de forma que no se caiga, tendrás que hacerlo en un punto situado a la izquierda del centro de la moneda original y a una distancia:

- a) $-R/12$ b) $-R/6$ c) $-3R/6$
d) $-5R/6$ e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

3.1.24. El centro de masas de una semiesfera de radio R , tal como la de la figura se encuentra en el eje Z a una altura sobre la base de:

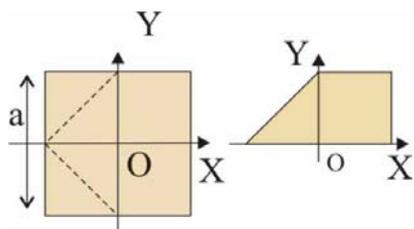
- a) $2R/8$ b) $3R/8$ c) $4R/8$
d) $5R/8$





3.1.25. El centro de masas de un cono de radio de la base R y altura H se encuentra en un punto de la misma, siendo la distancia a la base de:

- a) $2H/3$ b) $H/3$ c) $H/4$ d) $H/5$

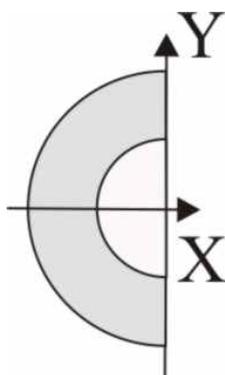


3.1.26. * Si eres obseso por las pajaritas de papel, recorta un cuadrado de lado a, dóblalo en cuatro partes, para marcar las dobleces. Desdóblalo. Toma dos esquinas contiguas, las doblas hacia el centro, y luego toda la figura por la mitad. Pues bien, el centro de masas de la nueva figura, una especie de "aerodinámica nave espacial" de papel esquematizada en el dibujo adjunto:

- a) SE MANTENDRÍA EN EL CENTRO DEL CUADRADO
 b) ESTARÁ EN EL PUNTO MEDIO DE LA UNION DE LA CABEZA (TRIÁNGULO) CON LA COLA (CUADRADO PEQUEÑO)
 c) SE SITUARÍA EN EL PUNTO $(0,042a, 0,21a)$
 d) TENDRÍA UN VECTOR DE POSICIÓN EN EL SISTEMA DE

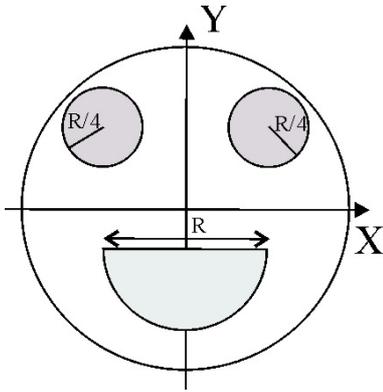
$$\text{EJES DADOS } \vec{r} = \frac{a}{24} \vec{i} + \frac{5a}{24} \vec{j}$$

- e) NADA DE LO DICHO



3.1.27. Uno de los supuestos grandes plagios científicos, son los teoremas de Gouline, matemático suizo, que generalizó los de Pappus, filósofo griego del siglo III dC, 13 siglos después. Las proposiciones de Pappus, son dos. La primera se aplica a superficies y dice que la superficie de un sólido de revolución es el producto de la longitud de su generatriz, por la distancia recorrida por el c.d.m. de dicha generatriz, al formar la figura de revolución. La segunda, aplicada a volúmenes afirma que: el volumen de cualquier sólido de revolución es el producto de su área generatriz, por la distancia recorrida por el c.d.m. de la misma, al formar el sólido. Aplicándolas podrás determinar fácilmente el centro de masas de una C mayúscula, formada por dos semicírculos concéntricos, de un tamaño tal que el radio del mayor R es doble del menor. El c.d.m. de la letra C de acuerdo con el sistema de referencia de la figura es:

- a) $-R/6\pi$ b) $-R/3\pi$ c) $-14R/9\pi$
 d) $-7R/6\pi$ e) NADA DE LO DICHO



3.1.28. Al determinar el centro de masas, de la careta de la figura, una cara circular de radio R , con dos huecos simétricos y centrados a la mitad del radio, para los ojos formados por pequeños círculos de radio $R/4$ y un semicírculo como boca, de radio $R/2$, dirás que estará situado en el punto P:

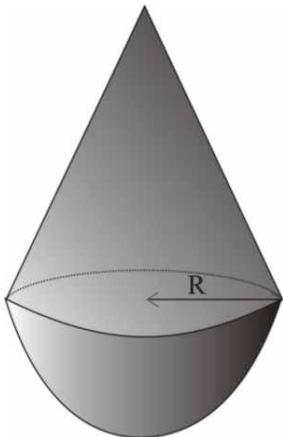
- a) $0 ; -0,12R$ b) $0 ; 0,11R$ c) $0 ; 0,8R/9\pi$
 d) $0 ; -0,8R/9\pi$ e) NADA DE LO DICHO

eje de giro



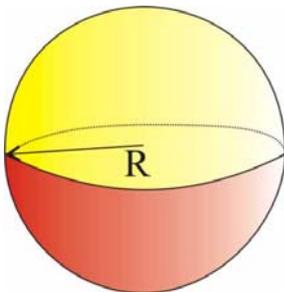
3.1.29. Pappus fue un matemático griego que ya en el siglo III después de Cristo, había determinado los centros de masa de figuras que pudieran engendrar otras de revolución. Así por ejemplo si cortas un alambre homogéneo de longitud L , formas con él una semicircunferencia, lo tomas por los extremos y lo haces girar, tal como muestra el dibujo, engendrarías una figura geométrica cuya área sería igual a la longitud engendradora multiplicada por el recorrido del centro de masas de la semicircunferencia. Por eso, éste, deberá estar a una distancia del punto medio de los extremos de la semicircunferencia igual a:

- a) L/π^2 b) $2L/\pi^2$ c) $L/2\pi^2$
 d) $2L/\pi$ e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS



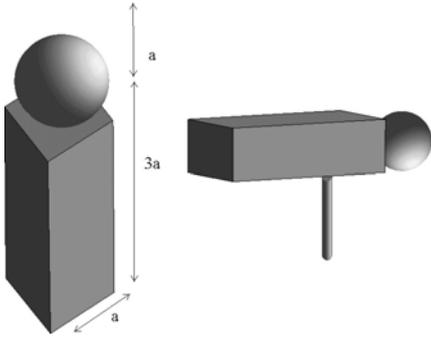
3.1.30. Antes, uno de los juguetes más apreciados de los niños pequeños, eran aquellos muñecos que por muchos porrazos que les dieran, siempre retornaban a su posición vertical. Para ello es necesario que el centro de gravedad esté lo suficientemente bajo para que el equilibrio sea estable y retorne a dicha posición, o en el caso límite, sea indiferente. Juega a diseñar un juguete así, con una semiesfera de madera de radio R , perfectamente pegada a un cilindro del mismo material. La máxima altura del cilindro para que retorne siempre a la posición vertical deberá ser menor que:

- a) $R\sqrt{3}$ b) $\frac{3R\sqrt{3}}{8}$ c) $2R/5$
 d) $2R\sqrt{3}$ e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS



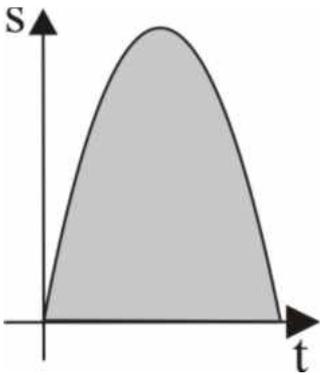
3.1.31.* Supón una esfera de radio R , formada por dos hemisferios de diferente material, siendo la densidad de uno de ellos 5 veces la del otro. De este juguete así realizado podrás decir que:

- a) NUNCA PODRÍA MANTENERSE EN EQUILIBRIO SITUANDO LOS HEMISFERIOS A DERECHA E IZQUIERDA DE LA VERTICAL DE LA MESA QUE LO SOPORTA
 b) ESTARÍA EN EQUILIBRIO INESTABLE SI EL MATERIAL MENOS DENSO ESTÁ EN LA PARTE INFERIOR
 c) EL CENTRO DE MASAS DE LA FIGURA SE ENCUENTRA A UNA DISTANCIA DEL APOYO DE LA MESA DE $3R/4$
 d) LA MASA DE DICHA ESFERA ES 6 VECES LA DEL HEMISFERIO MENOS DENSO



3.1.32. Quieres situar el adorno de la figura, formado por un paralelepípedo de aristas $3a$, a y a y una esfera de radio $a/2$, unidos y de un mismo material, en equilibrio y sobre una barra muy fina. El punto donde deberás apoyarlo a una distancia a la derecha del punto medio de la base del paralelepípedo:

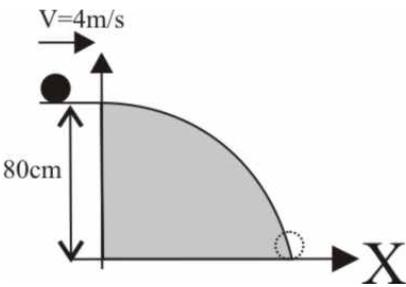
- a) $0,30a$ b) $0,23a$ c) $0,20a$
 d) $0,21a$ e) NADA DE LO DICHO



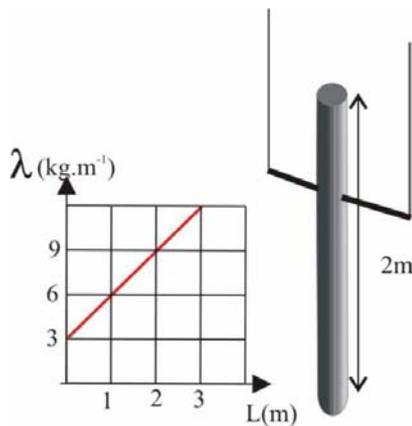
3.1.33. La gráfica posición/tiempo de un punto material que asciende desde el origen con velocidad inicial de 10m/s en el campo gravitatorio terrestre ($g=10\text{m/s}^2$), la realizas en cartulina homogénea de densidad superficial σ , la recortas tomando como base el eje de los tiempos durante el vuelo. La posición del centro de gravedad de la figura formada será en la gráfica s/t (posición en ordenadas y tiempo en abscisas), aproximadamente:

- a) $(1,3)$ b) $(1,1)$ c) $(1,4)$
 d) $(1,2)$ e) NADA DE LO DICHO

3.1.34. Una bola rueda por una mesa horizontal de altura sobre el piso 80cm , sin apenas rozamiento con una velocidad de 4m/s , cayendo al suelo. Estudias su movimiento, realizas la gráfica de la trayectoria de su caída tomando como referencia un sistema de ejes situado en el suelo y en el borde de la mesa, pegas la superficie abarcada entre los ejes X , e Y en una cartulina homogénea, y la recortas. El centro de masa de la figura obtenida, estará situado en dichas coordenadas, en el punto:

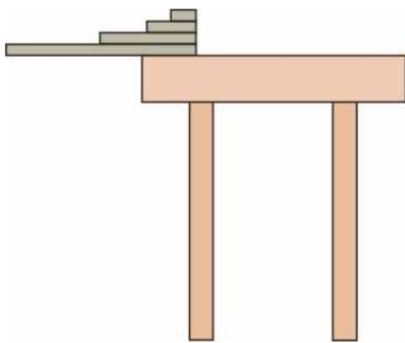


- a) $(1,20, 0,60)$ b) $(0,60, 0,32)$ c) $(0,45, 0,45)$
 d) $(0,68, 0,42)$ e) NADA DE LO DICHO
 $g = 10\text{m/s}^2$



3.1.35.* Pretendes colgar una barra metálica heterogénea de un pequeño trapecio, de masa despreciable sujeto a dos cuerdas, para que oscile libremente, haciéndole un orificio por su centro de masas. Si su longitud es de 2m y su densidad lineal λ varía con aquella según la gráfica dada, podrás asegurar que:

- LA DENSIDAD LINEAL VARÍA CON LA LONGITUD DE LA BARRA SEGÚN UNA LEY DADA POR LA RELACION $\lambda = 3 + L$
- EL ORIFICIO DEBERÁ REALIZARSE A UNA DISTANCIA $7/6$ m DEL EXTREMO MENOS DENSO
- LA TENSION DE LA CUERDA DEL TRAPECIO QUE DEBE SOPORTAR LA BARRA DEBERÁ SER DE 60N
- SI SE COLOCARA EN UN ASCENSOR QUE FRENA AL ASCENDER CON UNA ACELERACIÓN DE 2m/s^2 , LA TENSION DE CADA CUERDA SERÍA DE 43N



3.1.36. El equilibrio de un cuerpo apoyado o suspendido puede ser estable, inestable e indiferente. Para que sea estable se requiere en el primer caso (cuerpo apoyado), que el centro de gravedad esté en la vertical de la base de apoyo, y en el segundo que esté por debajo del punto de suspensión. Por eso para mantener un cuerpo en equilibrio estable es imprescindible conocer la posición del centro de masas que deberá coincidir en este caso con el de gravedad. Así, si tienes dos chapas cuadradas iguales de cartón piedra, de lado L. Apoyas una sobre una mesa separándola al máximo de su borde, sin que se caiga. Cortas la otra por la mitad, y la superpones a la primera, repitiendo lo mismo con la otra mitad, y así sucesivamente, de forma que ajustes el borde interior de cuatro piezas por el lado de igual tamaño, como se observa en el dibujo. En este caso, lo máximo que podrá sobresalir de la mesa, la chapa o placa base, sin caerse deberá ser:

- 0,55L
- 0,60L
- 0,65L
- 0,70L

Si el fragmento que queda sin situar, se alinea con el borde externo de la chapa base, ésta tendría que desplazarse hacia el interior de la mesa para restablecer el equilibrio, una distancia:

- 0,05L
- 0,01L
- 0,03L
- 0,04L

(Se supondrá que las placas no se deslizan unas sobre otras)