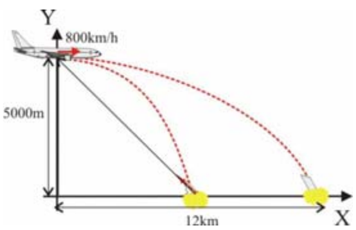
## 3.3. CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO (continuación)




3.3.22. Un avión vuela con una velocidad de crucero a 800 km/h y a 5000m de altura sobre el suelo. Unos terroristas han introducido una bomba en el avión que puede explosionarse desde el exterior mediante una señal de radio enviada desde el suelo. El grupo terrorista se encuentra en tierra a una distancia d en línea recta del avión y hace estallar la bomba con lo que el avión se parte en dos fragmentos iguales, cayendo uno de ellos sobre los propios terroristas. Si el otro fragmento fue localizado a 12 km de la vertical del lugar donde se produjo la explosión, dirás que la distancia d es aproximadamente

a) 2200 m b) 5500 m c) 12000 m d) 14000 m

SOL:

Sea m la masa de cada fragmento del avión, $v_1$ la velocidad instantes después de la explosión del fragmento que cae sobre los terroristas y $v_2$ del que llega al suelo a 12 km. La conservación de la cantidad de movimiento sobre el eje X conduce a:

$$2m\cdot\frac{800.10^3}{3600}=mv_1+mv_2\Rightarrow v_1+v_2=444\frac{m}{s}$$

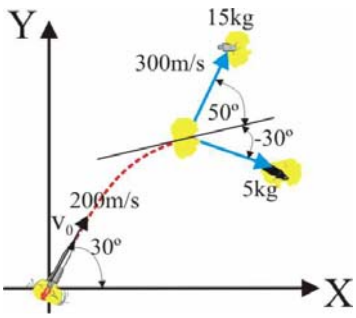
El tiempo de vuelo del segundo fragmento es.

$5000=\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow t=\sqrt{\frac{10000}{9{,}8}}=32\,s$ .Como el movimiento sobre el eje X es uniforme,

$$v_2=\frac{12\,000}{32}=375\frac{m}{s}\Rightarrow v_1=69\frac{m}{s}$$

El tiempo de vuelo del primer fragmento es igual al tiempo del segundo fragmento, la distancia de los terroristas respecto de la vertical del avión

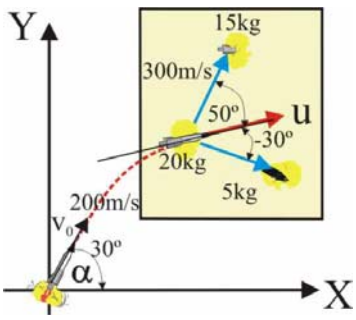
$$x=69\frac{m}{s}\cdot 32\,s=2208\,m\quad\Rightarrow d^2=5000^2+2208^2\quad\Rightarrow\quad d=5466\,m$$




3.3.23. Se lanza un proyectil de 20 kg de masa con una velocidad inicial de 200 m/s y un ángulo con la horizontal de $30°$. Cuando el proyectil lleva en el aire un tiempo de 4 segundos, explosiona en dos fragmentos de masas 5 kg y 15 kg respectivamente. El fragmento de mayor masa tiene una velocidad de 300 m/s y forma un ángulo de $50°$ con la tangente a la trayectoria en el momento de la explosión, el de menor masa forma un ángulo de $-30°$ y posee una velocidad, expresada en m/s, de:

a) 177 b) 300 c) 457 d) 678 e) 751

SOL:




Las ecuaciones paramétricas del movimiento del proyectil son:

$x= v_0\cos\alpha\ t$; $y=v_0\,\text{sen}\,\alpha\ t + (1/2)gt^2$

de las cuales podemos obtener las expresiones de las componentes de la velocidad en función del tiempo:

$v_x= dx/dt= v_0\cos\alpha = 200.\ \cos 30° = 173$ m/s

$v_y = v_0\,\text{sen}\,\alpha - gt= 200\ \text{sen}\,30° -10\cdot 4= 60$ m/s

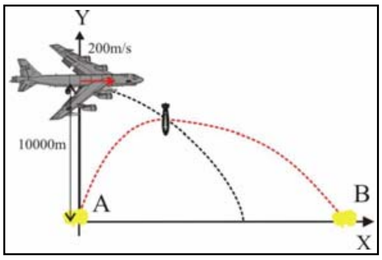
Por lo tanto: $u=\sqrt{{v_x}^2+{v_y}^2}=\sqrt{173^2+60^2}=183\,ms^{-1}$

En la figura se representa la trayectoria junto con las direcciones que forman los dos fragmentos en los que se divide el proyectil.

Si se toma como dirección de referencia la del proyectil justamente antes de dividirse, el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento nos permite escribir

$20.u= 15\cdot 300.\cos 50° + 5\ v\cos 30° = 20.183$

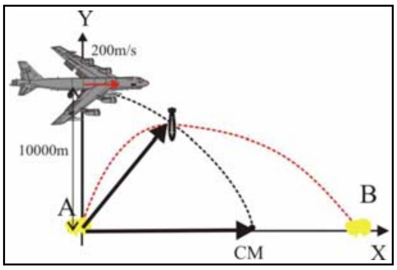
Simplificando y despejando: v= 177 m/s , como indica <u>a</u>.




3.3.24. * Una bomba se deja caer desde un avión que realiza un vuelo horizontal a 10000m de altura y a una velocidad de 200 m/s. Explosiona a los 20 s de ser lanzada rompiéndose en dos fragmentos iguales A y B. Si el A llega al suelo en la vertical de lanzamiento, podrás asegurar que:

a) EL CENTRO DE MASAS DEL SISTEMA A LOS 25 SEGUNDOS DE SER LANZADA LA BOMBA ESTARÁ EN EL PUNTO (5000,6875)
b) EL CENTRO DE MASA DEL SISTEMA ALCANZARÁ EL SUELO A 8944 m DE LA VERTICAL DEL LANZAMIENTO
c) EL OTRO FRAGMENTO CHOCARÁ CON EL SUELO A 8944 m DE LA VERTICAL DEL PUNTO DONDE SE DEJÓ CAER LA BOMBA
d) LA VELOCIDAD DEL FRAGMENTO A AL ALCANZAR EL SUELO SERA $\vec{v}_A = -162\vec{i} - 447\vec{j}\ ms^{-1}$
e) EL MÓDULO DE LA VELOCIDAD DE B AL ALCANZAR EL SUELO SERÁ DE APROXIMADAMENTE 700 m/s

SOL:




Fijando el sistema de referencia como se observa en el dibujo. En este caso el vector de posición del c.d.m. de la bomba, será en el SI :

$\vec{r}_{CM} = 200t\,\vec{i} + \left(10000 - \dfrac{gt^2}{2}\right)\vec{j}\ m$ (I) y su trayectoria será parabólica:

x=200t, si g=10m/s², y=10000-5t², t=x/200 ; y=10000-x²/8000.

A los 25 s , sustituyendo t en (I),

$\vec{r}_{CM(25s)} = 5000\,\vec{i} + \left(10000 - \dfrac{10.25^2}{2}\right)\vec{j} = 5000\,\vec{i} + 6875\,\vec{j}\ m$ . Es correctas las opción a)

En el suelo y=0 , x=8944 m, y se alcanza al cabo de t=8944/200=44,7s.
Es correcta la opción b)
Así en ese momento las posiciones respectivas serán:
c.d.m (8944 ,0) ,A(0,0) y B( $x_B$,0).

Aplicando la conservación del c.d.m. $\vec{r}_{CM(44,7s))} = \dfrac{m.\vec{r}_B + m.0}{2m} = 8944\,\vec{i}\ m$ ; $\vec{r}_B = 17888\,\vec{i}\ m$

, por lo tanto a 17.888m del punto del suelo en la vertical del lanzamiento.(Opción c falsa)
La explosión ocurre a los 20s, y en ese momento el vector de posición de A, B y c.d.m. coinciden :

$$\vec{r}_{CM(20s)} = 4000\vec{i} + \left(10000 - \frac{10.400}{2}\right)\vec{j} = 4000\vec{i} + 8000\,\vec{j}\ m$$

La $\vec{v}_{CM} = \dfrac{d\,\vec{r}_{CM}}{dt} = 200\,\vec{i} - gt\,\vec{j}\quad ms^{-1}$. Separando por componentes, y aplicando la conservación de la cantidad de movimiento. $m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = (m_A + m_B)\vec{v}_{CM}$

Sobre el eje X, $2m.200\vec{i} = m\vec{v}_{Ax} + m\vec{v}_{Bx}$ ; $400\vec{i} = \vec{v}_{Ax} + \vec{v}_{Bx}$ (II) .

Como el movimiento es uniforme, al alcanzar el suelo (t=44,7s):

$$\vec{v}_{Ax} = \frac{\vec{r}_{A(44,7s)} - \vec{r}_{A(20s)}}{44,7 - 20} = \frac{0 - 4000\vec{i}}{24,7} = -162\,\vec{i}\ ms^{-1}$$

Llevando este valor a (II): $\vec{v}_{Bx} = 562\vec{i}\ ms^{-1}$ Valor que se podría calcular directamente, tal como $\mathbf{v}_A$. Lo comprobaremos:

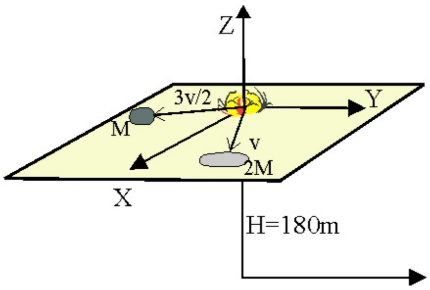
$$\vec{v}_{Bx} = \frac{\vec{r}_{B(44,7s)} - \vec{r}_{B(20s)}}{44,7 - 20} = \frac{17888\vec{i} - 4000\vec{i}}{24,7} = 562\vec{i}\ ms^{-1}$$

Sobre el eje Y, $2m.(-10.44,7)\vec{j} = m\vec{v}_{Ay} + m\vec{v}_{By}$ ; $2.(-447)\vec{j} = \vec{v}_{Ay} + \vec{v}_{By}$

Los fragmentos A y B caen desde la misma altura, con la misma velocidad vertical inicial y en el mismo campo gravitatorio , y llegan al suelo al mismo tiempo, por consiguiente

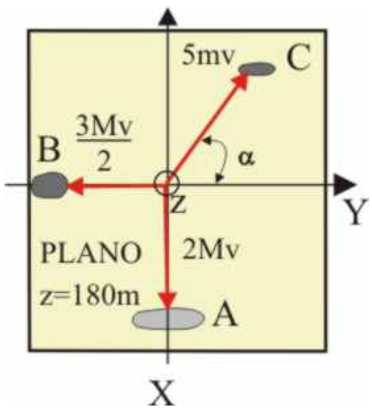
$2.(-447)\vec{j} = \vec{v}_{Ay} + \vec{v}_{By} = 2\vec{v}_{By}$

$-447\vec{j} = \vec{v}_{By}$ Por lo tanto la **v**$_B$ al alcanzar el suelo será: $\vec{v}_B = 562\vec{i} - 447\vec{j}\ ms^{-1}$,cuyo módulo será $|\vec{v}_B| = \sqrt{562^2 + (-447)^2} = 718\ ms^{-1}$ **.** Son correctas las opciones d) y e).




3.3.25. Un grupo terrorista dinamita la plataforma de una torreta de televisión de 180 m de altura, con lo que se forman dos fragmentos, uno de masa doble que el otro salen despedidos en ángulo recto con velocidades respectivas de módulo v y 3v/2, mientras que el tercero lo hace también en el mismo plano horizontal pero con una velocidad de 5v. De este fragmento podrás decir que:

a) EXPLOSIONARÁ FORMANDO SU VELOCIDAD UN ÁNGULO DE 135 GRADOS CON LOS OTROS DOS
b) SU MASA ERA LA MITAD DE LA DEL MAS PEQUEÑO
c) LLEGARÁ AL SUELO CON UNA VELOCIDAD CUYO MÓDULO ES (5v+60) m/s
d) ALCANZARÁ EL SUELO A UNA DISTANCIA DE LA TORRETA DE 32v METROS




SOL:
Fijamos el sistema de referencia XYZ en el suelo, en la base de la torreta, por lo que la plataforma $\vec{r}_{CM(0)} = 180\vec{k}\ m$ .La explosión se realiza en el plano z=180m. Realizando un esquema de este plano, y llamando A y B a los fragmentos que salen impulsados en ángulo recto, cuyos sentidos de sus velocidades hacemos coincidir arbitrariamente con los ejes X e Y (parte negativa).

Así: Para A : masa =2M , $\vec{v}_A = v\vec{i}\ ms^{-1}$ .       Para B : masa=M, $\vec{v}_B = -\frac{3v}{2}\vec{j}\ ms^{-1}$ .

Para C: masa=m, $\vec{v}_C = -5v\,sen\,\alpha\ \vec{i} + 5v\cos\alpha\ \vec{j}$ .

Aplicando la conservación de la cantidad de movimiento al sistema antes y después de la explosión en el plano z=180m,que debe ser 0.
Sobre el eje X: 0 = -5v.m sen$\alpha$ + 2M.v , m sen$\alpha$ = 2M/5
Sobre el eje Y: 0 = 5v.m cos$\alpha$ -(3v/2)M, m cos$\alpha$ = 3M/10
Dividiendo y sustituyendo, tenemos tan$\alpha$ =4/3 , $\alpha = 53°$ .
Así la dirección de C formará un ángulo de $53°$ + 90º =143º con la de A, y (90º-53º)+90º9= 127º, con la de B. Por otra parte, m=2M/(5sen$53°$)=2M/4=M/2, como se sugiere en <u>b</u>, aunque sea incorrecta la propuesta a.
Al efectuarse la explosión y una vez derruida la torreta, actúa la acción gravitatoria. Los vectores de posición de los fragmentos serán:

Para A: $\vec{r}_A = vt\,\vec{i} + \left(180 - \frac{gt^2}{2}\right)\vec{k}$ (I) . Para B: $\vec{r}_B = -\frac{3vt}{2}\vec{j} + \left(180 - \frac{gt^2}{2}\right)\vec{k}$ (II).

Para C:

$$\vec{r}_C = -5v\,sen53°t\,\vec{i} + 5v\cos 53°t\vec{j} + \left(180 - \frac{gt^2}{2}\right)\vec{k} = -4vt\,\vec{i} + 3vt\,\vec{j} + \left(180 - \frac{gt^2}{2}\right)\vec{k}\ .\text{(III)}$$

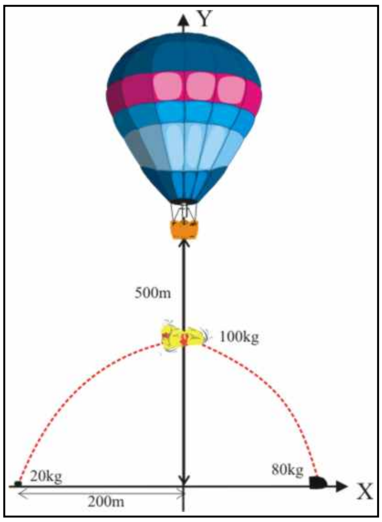
El tiempo que tardan en alcanzar el suelo se determina a partir de la condición $z_{CM}$=0,en (I).
t=6s .Sustituyendo este valor en (III), $\vec{r}_C = -4v.6\,\vec{i} + 3v.6\,\vec{j} = -24v\,\vec{i} + 18v\,\vec{j}\ ms^{-1}$

Su módulo medirá la separación al pie de la torreta: $|\vec{r}_C| = \sqrt{(18v)^2 + (-24v)^2} = 32v\ ms^{-1}$, como se sugiere en <u>d</u>
Para determinar la velocidad con que llega C al suelo, derivando en (III) y sustituyendo a los 6s:

$$\vec{v}_C = \frac{d\,\vec{r}_C}{dt} = -4v\,\vec{i} + 3v\,\vec{j} - 60\vec{k} \quad ms^{-1}\cdot$$

$$\left|\vec{v}_C\right| = \sqrt{(-4v)^2 + (3v)^2 + (-60)^2} = 5\sqrt{v^2 + 144}\ ms^{-1}$$

que no coincide con la propuesta c.




3.3.26.* Los globos aerostáticos fueron la primicia de la guerra aérea. Primero, como puntos de observación del enemigo, posteriormente como plataformas de lanzamiento de granadas, aunque se requería estar fuera del alcance de las balas enemigas. Si desde uno de estos globos, momentáneamente en equilibrio estático a una altura de 500m del suelo, con una masa total de 500 kg, se deja caer una granada de 100 kg que explosiona al cabo de 8s, rompiéndose en dos fragmentos de 20 y 80 kg , y el de masa menor alcanza el suelo a 200 m de la vertical del globo podrás asegurar que:

a) EL GLOBO ASCENDERÁ CON UN MUA

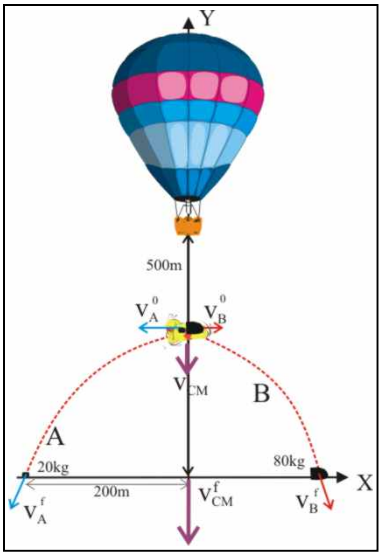
b) EL GLOBO SE ENCUENTRA SEPARADO DEL LUGAR DE LA EXPLOSIÓN EN ESE INSTANTE, 400 METROS.

c) EL FRAGMENTO MAYOR ALCANZARÁ EL SUELO A 50m DE LA VERTICAL DEL GLOBO

d) EL FRAGMENTO MENOR SALE DESPEDIDO CON UNA VELOCIDAD $\vec{v} = -100\vec{i} - 80\vec{j}\ ms^{-1}$

e) EL FRAGMENTO MAYOR LLEGA AL SUELO CON UNA VELOCIDAD $\vec{v} = 25\vec{i} - 100\vec{j}\ ms^{-1}$

SOL:




Consideramos un sistema de referencia XY, centrado en el suelo, en la vertical del globo. Si se encuentra en equilibrio: Peso del globo y lo que transporta + Empuje =0

Por lo tanto $-500.10\vec{j} + \vec{E} = 0$; $\vec{E} = 5000\vec{j}\ N$ . Si se deja caer la granada, se rompe el equilibrio, pues el peso del globo es ahora de 4000N, por lo que la fuerza ascensional:

$\vec{E} - \vec{P} = 5000\vec{j} - 4000\vec{j} = 400\vec{a}$ ; $\vec{a} = 2{,}5\vec{j}\ ms^{-2}$ .El globo ascenderá con un M.U.A.

El vector de posición del globo a los 8s, $\vec{r}_G = \left(500 + \frac{at.^2}{2}\right)\vec{j} = \left(500 + \frac{2{,}5.64}{2}\right)\vec{j} = 580\vec{j}$ .

El vector de posición del c.d.m de la granada, coincide con el del globo, para t=0 y a los 8s

$$\vec{r}_{CM} = \left(500 - \frac{gt^2}{2}\right)\vec{j} = \left(500 - \frac{10.64}{2}\right)\vec{j} = 180\vec{j}\ m\cdot$$

La separación entre el globo y el punto de la explosión será:

$\vec{d} = \vec{r}_G - \vec{r}_{CM} = 580\vec{j} - 180\vec{j} = 400\vec{j}\ m$ , tal como se propone en b.

La velocidad de la granada a los 8s, será $\vec{v}_{CM} = \frac{d\,\vec{r}_{CM}}{dt} = -gt\vec{j} = -80\vec{j}\ ms^{-1}$, que coincidirá con la componente vertical de la de ambos fragmentos.

Los vectores de posición de los fragmentos al alcanzar el suelo serán $\vec{r}_A = -200\vec{i}\ m$, yt el principio de conservación exige que $\vec{r}_{CM} = \frac{80.\vec{r}_B + 20.(-200)\vec{i}}{100} = 0$ ; $\vec{r}_B = \frac{400}{8}\vec{i} = 50\vec{i}\ m$

El tiempo que tardarán en alcanzar el suelo, se puede determinar, a partir de:

$y_{CM}$=0, 500-5t²=0, t=10s.

Como la granada recorrió 8s sin explosionar, tardarán 2s en alcanzar el suelo después de la explosión).Teniendo en cuenta que el movimiento en la dirección del eje X es uniforme y cada fragmento emplea 2 segundos, uno en recorrer 200 m a la izquierda y el otro 50 m a la derecha, resulta: $\vec{v}_{Ax} = \frac{-200\vec{i}}{2} = -100\vec{i}\ ms^{-1}$ $\quad \vec{v}_{Bx} = \frac{50\vec{i}}{2} = 25\vec{i}\ ms^{-1}$

Respecto a la dirección vertical, aplicamos el principio de conservación del momento.

$$-2m\cdot 80\,j = mv_{Ay} + mv_{By} \Rightarrow -160\ j = v_{Ay} + v_{By}$$

Los fragmentos A y B caen desde la misma altura, en el mismo campo gravitatorio, y llegan al suelo al mismo tiempo, por consiguiente

$$v_{Ay} = v_{By} \Rightarrow \ 2v_{ay} = -160\ j \quad \Rightarrow \ v_{Ay} = v_{By} = -80\ j\,\frac{m}{s}$$

El fragmento de mayor masa habrá aumentado su velocidad en la dirección Y, debido a que se desplaza en dirección vertical durante dos segundos

$$v_{By} = -80\ j - g\cdot 2\ j = -100\,j\,\frac{m}{s}$$

De ahí que: $\vec{v}_A = -100\vec{i} - 80\vec{j}\ ms^{-1}$, al explosionar la granada. Mientras que: $\vec{v}_B = 25\vec{i} - 100\vec{j}\ ms^{-1}$, al llegar al suelo. Por ello todas las propuestas son correctas.

3.3.27. Un cañón está montado sobre un vehículo de ruedas y está asentado sobre un terreno horizontal por el que se puede mover prácticamente sin fricción. El tubo del cañón forma con la horizontal un ángulo de $30°$. La masa del conjunto es de 4000 kg. Si se lanza un proyectil de 40 kg con velocidad inicial de 460 m/s el vehículo retrocede con una velocidad expresada en m/s de:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

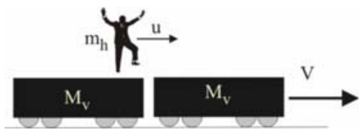
SOL:

La conservación de la cantidad de movimiento antes y después del disparo es una ecuación vectorial cuya componente sobre el eje X, en este caso el suelo, es:

$m_p v_p \cos 30° + Mv_t = 0$

$v_t = -(m_p v_p \cos 30°)/M = -(40\cdot 460\cdot \cos 30°)/(4000-40) = -4$ m/s.

Es correcta la solución d.




3.3.28. Dos vagonetas de la misma masa $M_v$ deslizan sin rozamiento por una vía horizontal con una velocidad de $\vec{V}$ m/s, yendo ambas vagonetas prácticamente juntas. En la que va detrás hay un hombre de masa $m_h$ que en un determinado momento salta de la vagoneta de detrás y se incorpora a la de delante. La velocidad de este hombre al separarse justamente de la vagoneta que va detrás posee una velocidad $\vec{u}$ respecto de ella. La velocidad que adquiere la vagoneta que va situada detrás es:

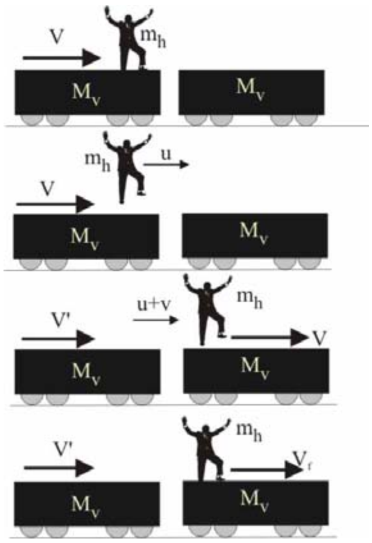
a) $\vec{V}-\vec{u}$ b) $\vec{V}-\frac{m_h}{M_v}\vec{u}$ c) $\vec{V}-\frac{M_v}{m_h}\vec{u}$

d) $\vec{V}-\frac{m_h}{M_v+m_h}\vec{u}$ e) $\vec{V}-\frac{M_v}{M_v+m_h}\vec{u}$

y la velocidad que adquiere la vagoneta que va delante una vez que el hombre se ha incorporado a ella es:

a) $\vec{V}+\frac{m_h}{M_v}\vec{u}$ b) $\vec{V}+\frac{M_v}{m_h}\vec{u}$ c) $\vec{V}-\frac{M_v}{m_h}\vec{u}$

d) $\vec{V}+\frac{m_h M_v}{(M_v+m_h)^2}\vec{u}$ e) $\vec{V}+\frac{M_v}{M_v+m_h}\vec{u}$




SOL:

Designamos con $\vec{v}$ la velocidad de la vagoneta, respecto de la vía, justamente cuando el hombre acaba de separar sus pies de ella. La velocidad del hombre, que justamente acaba de abandonar la vagoneta, respecto de la vía es $\vec{u}+\vec{v}$.

El teorema de la conservación de la cantidad de movimiento nos dice que:

$$(M_v+m_h).\vec{V}=m_h.(\vec{u}+\vec{v})+M_v.\vec{v} \quad \Rightarrow \quad (M_v+m_h).\vec{V}-m_h\vec{u}=\vec{v}(M_v+m_h)\ .$$

De lo que $\vec{v}=\vec{V}-\frac{m_h}{M_v+m_h}\vec{u}$

Admitimos que las dos vagonetas van muy juntas y la velocidad con que el hombre abandona su vagoneta es la misma con que alcanza a la que va por delante. Después de que el hombre se asiente sobre la vagoneta delantera el conjunto de dicho y dicha vagoneta se mueven con una velocidad $\vec{v}_f$ respecto de la vía.

Si aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento tenemos:

$m_h.(\vec{u}+\vec{v})+M_v.\vec{V}=(M_v+m_h).\vec{v}_f$. Y si se sustituye v por el valor obtenido anteriormente

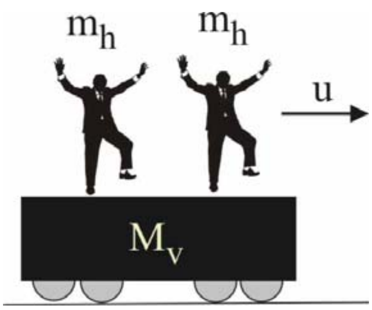
$$\vec{v}_f=\frac{m_h}{M_v+m_h}.\left(\vec{u}+\vec{V}-\frac{m_h}{M_v+m_h}\vec{u}\right)+\frac{M_v}{M_v+m_h}\vec{V}$$

$$\vec{v}_f=\frac{m_h}{M_v+m_h}\vec{u}+\frac{m_h}{M_v+m_h}\vec{V}-\frac{m_h^2}{(M_v+m_h)^2}\vec{u}+\frac{M_v}{M_v+m_h}\vec{V}\ .$$

$$\vec{v}_f=\vec{u}\left(\frac{m_h}{M_v+m_h}-\frac{m_h^2}{(M_v+m_h)^2}\right)+\vec{V}\left(\frac{m_h+M_v}{M_v+m_h}\right)=\vec{V}+\vec{u}\left(\frac{m_h M_v+m_h^2-m_h^2}{(M_v+m_h)^2}\right)$$

De lo que $\vec{v}_f=\vec{V}+\frac{m_h M_v}{(M_v+m_h)^2}\vec{u}$

.Es correcta la solución d.




3.3.29. Dos hombres de la misma masa $m_h$ están sobre una vagoneta en reposo de masa $M_v$. Los dos hombres saltan simultáneamente sobre la vía en la misma dirección y sentido de modo que cada uno de ellos posea una velocidad $\vec{u}$ justamente al abandonar la vagoneta, respecto de ella.
A consecuencia de este salto la vagoneta adquiere una velocidad:

a) $-\dfrac{2m_h}{M_v + 2m_h}\vec{u}$ b) $-\dfrac{m_h}{M_v + 2m_h}\vec{u}$

c) $-\dfrac{M_v}{M_v + 2m_h}\vec{u}$ d) $-\dfrac{M_v}{2m_h}\vec{u}$

pero si un hombre salta primero y a continuación otro siendo en cada caso $\vec{u}$ la velocidad del salto de cada hombre respecto de la vagoneta, la velocidad final de ésta es:

a) $-\left(\dfrac{m_h(2M_v - 3m_h)}{M_v}\right)\vec{u}$ b) $-\left(\dfrac{m_h(2M_v + 3m_h)}{(M_v + 2m_h)(M_v + m_h)}\right)\vec{u}$

c) $-\left(\dfrac{m_h(M_v - 2m_h)}{M_v(M_v + 2m_h)}\right)\vec{u}$ d) $\left(\dfrac{(-M_v - 2m_h)}{M_v}\right)\vec{u}$

SOL:
Se designan con $\vec{v}_f$ a la velocidad final que adquiere la vagoneta justamente cuando los dos hombres la abandonan, la velocidad respecto de la vía de ambos hombres justamente al saltar es $\vec{u} + \vec{v}_f$. Si se aplica el teorema de la conservación de la cantidad de movimiento resulta: $2m_h.(\vec{u} + \vec{v}_f) + M_v.\vec{v}_f = 0$. De lo que $\vec{v}_f = -\dfrac{2m_h}{M_v + 2m_h}\vec{u}$. Es correcta la opción a.

Cuando los hombres saltan uno detrás de otro dividimos el problema en dos saltos, $\vec{v}_1$ designa la velocidad de la vagoneta y el hombre que está todavía sobre ella, medida dicha velocidad respecto de la vía. Aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento al primer salto

$$m_h.(\vec{u} + \vec{v}) + (M_v + m_h).\vec{v}_1 = 0; \qquad \vec{v}_1 = -\frac{m_h}{M_v + 2m_h}\vec{u}$$

Si ahora $\vec{v}_2$ designa la velocidad final de la vagoneta respecto de la vía justamente cuando salta el hombre que está sobre ella, de nuevo aplicamos el principio de conservación de la cantidad de movimiento

$$m_h.(\vec{u} + \vec{v}_2) + M_v\vec{v}_2 = (M_v + m_h).\vec{v}_1$$

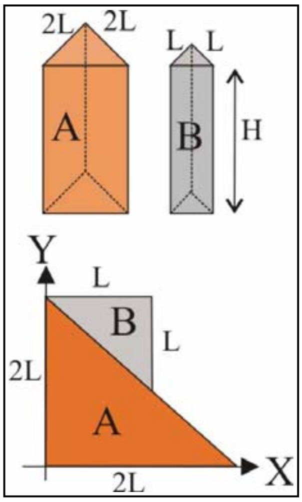
en la expresión anterior se sustituye el valor de $\vec{v}_1$

$$m_h.(\vec{u} + \vec{v}) + M_v\vec{v}_2 = (M_v + m_h).\left(-\frac{m_h}{M_v + 2m_h}\right)\vec{u}$$

operando en esta ecuación

$$\vec{v}_2 = -\left(\frac{m_h(2M_v + 3m_h)}{(M_v + 2m_h)(M_v + m_h)}\right)\vec{u}$$

La propuesta b, en el segundo caso será la correcta.




3.3.30. En las antiguas construcciones con piezas de madera que se adaptaban unas a otras, es fácil de encontrar las de forma prismática, como cuñas. Si están bien pulidas puedes adaptarlas para un experimento casero. Supón dos cuñas en forma de prisma triangular de igual altura A y B, y cuyas bases son triángulos rectángulos de catetos 2L y L, respectivamente si las dispones como indica la figura, sobre una mesa y no hay rozamiento, resbalando la pequeña sobre la grande, cuando aquella llega a la mesa podrás afirmar que la cuña grande se habrá desplazado hacia la izquierda de su posición original una distancia:

a) L/4 b) L/5 c) L/6 d) L/8 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

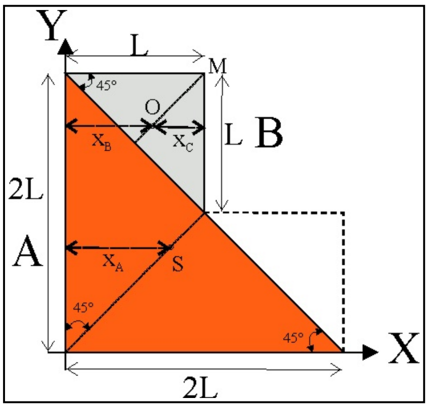
Determinamos la relación de masas entre la cuña grande y la pequeña:

$M_A$=Volumen V.densidad $\rho$ = $S_{Base}$.altura H. $\rho$ = 2L.2L.H. $\rho$ =$4L^2H\rho$ .

$M_B$= $S_{Base}$.altura. $\rho$ =L.L.H. $\rho$ =$L^2H\rho$ ; $M_A=4M_B$

Con ha designamos la altura del prisma B.

$sen\,45=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{h}{L} \Rightarrow h=L\frac{\sqrt{2}}{2}$.En la figura se observa que si O es el centro de gravedad de B la distancia $MO=\frac{3L\sqrt{2}}{8}$ ya que los c.d.m. de los prismas, tal como los conos y las pirámides, se encuentra a h/4, de la base y a ¾ de M




$$sen\,45=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x_c}{\frac{3L\sqrt{2}}{8}} \Rightarrow x_c \Rightarrow \quad x_B=L-\frac{3L}{8}=\frac{5L}{8}$$

Si nos fijamos en el prisma A y designamos a H su altura resulta:

$$sen\,45=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{H}{2L} \Rightarrow H=L\sqrt{2} \Rightarrow RS=\frac{3}{4}L\sqrt{2}$$

$$sen\,45=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{x_A}{RS} \quad \Rightarrow \quad x_A=\frac{3}{4}L\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3L}{4}$$

La posición del centro de masas de A y B cuando B está en la parte superior es:

$$x_{CM}=\frac{M_Ax_A+M_Bx_B}{M_A+M_B}=\frac{4M_B\frac{3L}{4}+M_B\frac{5L}{8}}{5M_B}=\frac{29L}{40}$$

Designamos con D al desplazamiento de la cuña A hacia la izquierda, estando la cuña B en la parte inferior de A. La posición del centro de masas de la cuña A es ahora $x'_A=\frac{3L}{4}-D$ .

La posición del centro de masas de la cuña B es la derecha la distancia L y hacia la izquierda la distancia D : $x'_B=\frac{5L}{8}+L-D$ .Como se conserva la posición del c.d.m. en su componente horizontal ,al no actuar fuerzas en esa dirección

$$x_{CM}=\frac{M_A\left(\frac{3L}{4}-D\right)+M_B\left(\frac{5L}{8}+L-D\right)}{M_A+M_B}=\frac{4\left(\frac{3L}{4}-D\right)+\frac{5L}{8}+L-D}{5}=\frac{29L}{40}$$

Resolviendo $32\left(\frac{3L}{4}-D\right)+8\left(\frac{5L}{8}+L-D\right)=29L \quad \Rightarrow \quad D=\frac{L}{5}$