

### 3.4. SISTEMA DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASAS (I)

3.4.1.\* Respecto del sistema de referencia del centro de masas (S.R.C.M.) podemos decir que

- a) ES INERCIAL EN LOS SISTEMAS AISLADOS
- b) EL ORIGEN DEL S.R.C.M. ES EL CENTRO DE MASAS DEL SISTEMA
- c) EN MUCHOS SISTEMAS EL CENTRO DE MASAS Y EL CENTRO DE GRAVEDAD COINCIDEN
- d) EN UN SISTEMA DE PARTÍCULAS DISCRETAS EL ORIGEN DEL S.R.C.M. ESTÁ NECESARIAMENTE LOCALIZADO SOBRE UNA DE LAS PARTÍCULAS
- e) EL SISTEMA DE REFERENCIA DEL LABORATORIO (S.R.L.) ES EL MISMO QUE EL S.R.C.M.

3.4.2. La cantidad de movimiento de un sistema de partículas referido al sistema del centro de masas es:

- a)  $M\vec{v}_{CM}$ , SIENDO M LA MASA DEL SISTEMA Y  $\vec{v}_{CM}$  SU VELOCIDAD EN UN SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO
- b) LA MISMA QUE SI SE TOMA COMO REFERENCIA UN SISTEMA INERCIAL CUALQUIERA
- c) NULA
- d) VARÍA CON EL TIEMPO

3.4.3. El sistema de referencia del centro de masas suele denominarse a veces, sistema de momento lineal nulo, esto se debe a que en él:

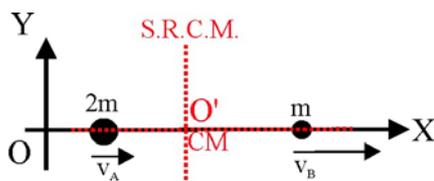
- a) LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE CADA UNO LOS PUNTOS MATERIALES ES SIEMPRE 0
- b) TODOS LOS PUNTOS MATERIALES REFERIDOS ESTÁN EN REPOSO
- c) TODOS LOS PUNTOS MATERIALES TIENEN IGUAL MOMENTO LINEAL
- d) LA SUMA DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO DE TODOS LOS PUNTOS ES NULA
- e) TODOS LOS PUNTOS MATERIALES TIENEN LA MISMA MASA

3.4.4. \* Las magnitudes físicas relativas a un sistema de puntos materiales que tienen el mismo valor cuando se miden desde un sistema de referencia de laboratorio o desde un sistema de referencia del centro de masas pueden ser:

- a) LA MASA DE LOS PUNTOS MATERIALES
- b) LA DISTANCIA DE CADA PARTÍCULA AL ORIGEN DE CUALQUIER SISTEMA
- c) LAS FUERZAS QUE ACTUEN EXTERNAMENTE
- d) LA VELOCIDAD CON QUE SE DESPLAZAN
- e) LA ENERGÍA CINÉTICA

3.4.5. \* El sistema de referencia del centro de masas es un sistema de referencia interno de un sistema de partículas que permite justificar acciones interiores que serían inobservables en un sistema de referencia de laboratorio. Sin embargo en un sistema de partículas múltiples en estado de movimiento, el centro de masas con toda la masa del sistema situada en él:

- a) TIENE SIEMPRE UN MÓDULO DE LA VELOCIDAD MENOR QUE CUALQUIER PARTÍCULA, EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO
- b) TIENE SIEMPRE UN MÓDULO DE LA VELOCIDAD MENOR QUE CUALQUIER PARTÍCULA CUANDO SE FIJA EN EL S.R.C.M.
- c) SU VELOCIDAD, MEDIDA EN UN S.R.L., MULTIPLICADA POR LA MASA DEL SISTEMA NOS MIDE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.
- d) PERMANECE SIEMPRE EN REPOSO SEA CUAL SEA EL SISTEMA DE REFERENCIA



3.4.6. Si dos puntos materiales A y B, se mueven por el eje X, del laboratorio, en su sentido positivo, B con doble velocidad que A, que a su vez, tiene doble masa que B, en el sistema de referencia del centro de masas:

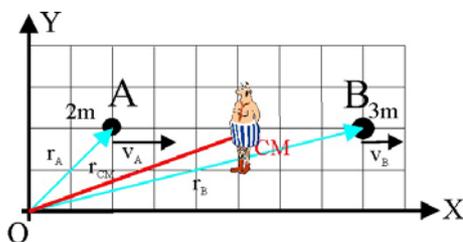
- A Y B TENDRÍAN IGUAL VELOCIDAD
- B TENDRÍA DOBLE VELOCIDAD QUE A
- B TENDRÍA DOBLE VELOCIDAD QUE A PERO CON SENTIDO CONTRARIO
- A CAMBIARÍA DE SENTIDO SU VELOCIDAD
- A TENDRÍA DOBLE VELOCIDAD QUE B

3.4.7.\* Cuando un sistema de partículas está constituido por sólo dos, A y B, es muy conveniente emplear el concepto de masa reducida  $\mu$ , esto es, el producto de sus masas dividido por la suma de ellas, y considerarlo como si se tratara de una sola partícula, que se moviera con la velocidad relativa de una partícula respecto a la otra. Usando estos términos, podrás asegurar que en el sistema de referencia del centro de masas:

- $m_A \vec{v}'_A = \mu(\vec{v}_A - \vec{v}_B)$
- $m_B \vec{v}'_B = \mu(\vec{v}_B - \vec{v}_A)$
- $m_A \vec{v}'_B = \mu(\vec{v}_A + \vec{v}_B)$
- $m_B \vec{v}'_A = \mu(\vec{v}_B + \vec{v}_A)$
- $m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B = \mu(\vec{v}_A - \vec{v}_B) + \mu(\vec{v}_B - \vec{v}_A)$

3.4.8. \* Dos partículas A y B, de masas 2m y 3m, se encuentran en un sistema de referencia de laboratorio en los puntos respectivos (2,2) y (8,2) en m. Comienzan a moverse con velocidades  $3\vec{i}$  y  $2\vec{i}$  m/s. Si situáramos un observador en el centro de masas del sistema diría que:

- A ESTÁ A UNA DISTANCIA DE 3,6m DE ÉL
- EL VECTOR DE POSICIÓN DE B RESPECTO DEL OBSERVADOR ES:  $\vec{r}'_B = -2,4\vec{i}$  m
- B SE ACERCARÍA A ÉL
- A SE ALEJARÍA DE ÉL CON UNA VELOCIDAD DE  $\frac{3\vec{i}}{5} \text{ms}^{-1}$



3.4.9.\* La velocidad relativa de una partícula A, de masa 2M, respecto a otra partícula B de masa M, en el sistema de referencia del centro de masa es:

- SIEMPRE MAYOR QUE LA RELATIVA EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO
- IGUAL A LA RELATIVA EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO
- IGUAL EN MÓDULO A LA RELATIVA EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO, PERO TIENE SENTIDO CONTRARIO
- INDEPENDIENTE DE LA MASA DE LAS PARTÍCULAS

3.4.10. Dos partículas de masas  $m_1 = 1\text{ kg}$  y  $m_2 = 3\text{ kg}$  se desplazan respecto a un sistema inercial con las velocidades  $\mathbf{v}_1 = 4t\mathbf{i}$  m/s y  $\mathbf{v}_2 = 4t^2\mathbf{j}$  m/s. La velocidad de la partícula 1, expresada en m/s, respecto al centro de masas es:

a)  $3t\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$       b)  $\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$       c)  $-3t\mathbf{i} - 3t^2\mathbf{j}$       d) CERO

y la de la partícula 2 es:

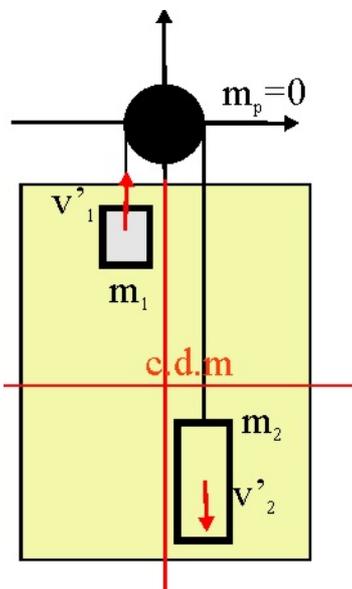
a)  $3t\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$       b)  $-\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}$       c)  $\mathbf{i} + 3t^2\mathbf{j}$       d) CERO

3.4.11.\* Tres partículas de masas A, B y C, de masas respectivas,  $m$ ,  $2m$  y  $3m$ , se encuentran en reposo, en un sistema de referencia de laboratorio en los puntos  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$  y  $(0,0,1)$ . Sobre ellas e independientemente actúan las fuerzas exteriores:  $\vec{F}_A = -2m\mathbf{i}$  N,  $\vec{F}_B = -2m\mathbf{j}$  N y  $\vec{F}_C = -2m\mathbf{k}$  N. De este sistema, cuyas magnitudes están medidas en el S.I., podrás decir que:

- a) SU CENTRO DE MASAS NO SE MUEVE
- b) EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO, LA VELOCIDAD DE A RESPECTO DE B, AL CABO DE 0,1s ES  $-0,2\mathbf{i} + 0,1\mathbf{j}$  ms<sup>-1</sup>
- c) LA VELOCIDAD DE A EN EL SISTEMA DEL CENTRO DE MASAS TIENE POR MÓDULO APROXIMADAMENTE 0,18 m/s
- d) LA VELOCIDAD DE A RESPECTO A B AL CABO DE 0,1s EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASAS ES  $-0,1\mathbf{i}$  ms<sup>-1</sup>
- e) LA POSICIÓN DE C RESPECTO AL CENTRO DE MASAS AL CABO DE 1s ES  $-0,17\mathbf{j} + 0,4\mathbf{k}$  m

3.4.12. Un sistema de tres partículas tienen respecto de su centro de masas unas cantidades de movimiento que valen  $\vec{p}_1 = 8\mathbf{i}$  kg.m.s<sup>-1</sup>,  $\vec{p}_2 = -2\mathbf{i}$  kg.m.s<sup>-1</sup> y  $\vec{p}_3$ . El valor de  $\vec{p}_3$ , expresado en kg.m.s<sup>-1</sup> es:

a)  $6\mathbf{i}$       b)  $-6\mathbf{i}$       c)  $2\mathbf{i}$       d)  $-2\mathbf{i}$       e)  $-8\mathbf{i}$



3.4.13. En el sistema de la figura la masa  $m_2$  es tres veces mayor que la  $m_1$ . La velocidad de la masa  $m_1$ , expresada en m/s, respecto del sistema del centro de masas vale al cabo de 5 segundos:

a)  $\frac{25}{2}\mathbf{j}$       b)  $\frac{50}{2}\mathbf{j}$       c)  $\frac{75}{2}\mathbf{j}$       d) CERO

y la de la masa  $m_2$ :

a)  $-\frac{20}{4}\mathbf{j}$       b)  $-\frac{40}{4}\mathbf{j}$       c)  $-\frac{50}{4}\mathbf{j}$       d) CERO

tómese  $g = 10\text{ ms}^{-2}$

3.4.14. En el ejercicio anterior la cantidad de movimiento del sistema, expresada en kg.m/s (tomando  $m_1=1\text{kg}$ ) respecto del sistema inercial de referencia es:

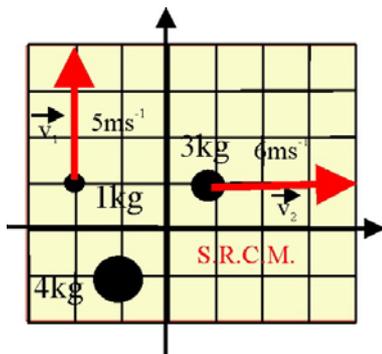
- a)  $-20\vec{j}$     b)  $-30\vec{j}$     c)  $-40\vec{j}$     d)  $-50\vec{j}$     e) CERO

y la cantidad de movimiento del sistema ligado al centro de masas vale:

- a)  $-20\vec{j}$     b)  $-30\vec{j}$     c)  $-40\vec{j}$     d)  $-50\vec{j}$     e) CERO

mientras que la cantidad de movimiento de la masa  $m_2$  respecto del sistema del centro de masas es:

- a)  $-\frac{25}{2}\vec{j}$     b)  $-\frac{75}{2}\vec{j}$     c)  $-\frac{125}{2}\vec{j}$     d)  $-\frac{150}{2}\vec{j}$     e) CERO



3.4.15. Un sistema de partículas formado por tres de ellas tienen las masas y velocidades expresadas en el dibujo respecto del sistema del centro de masas, se deduce que la velocidad de la tercera partícula, expresada en m/s, respecto al sistema citado es:

- a)  $-\frac{9}{2}\vec{i} + \frac{5}{4}\vec{j}$     b)  $\frac{9}{2}\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j}$   
 c)  $-\frac{9}{2}\vec{i} - \frac{5}{4}\vec{j}$     d) CERO

