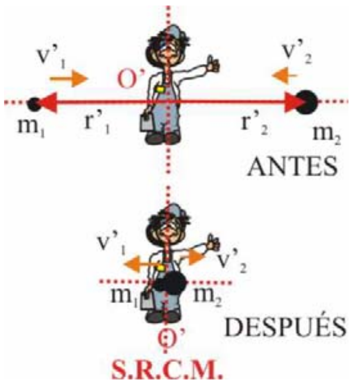
3.5. CHOQUE II

3.5.26*. Cuando un choque elástico se contempla en el sistema de referencia del centro de masas, un observador situado en ese sistema vería que las partículas antes de la colisión:

a) SE ALEJAN DEL OBSERVADOR
b) SE ACERCAN AL OBSERVADOR
c) CHOCAN SOBRE EL OBSERVADOR
d) SE DETIENEN AL CHOCAR
e) NO SE MUEVEN

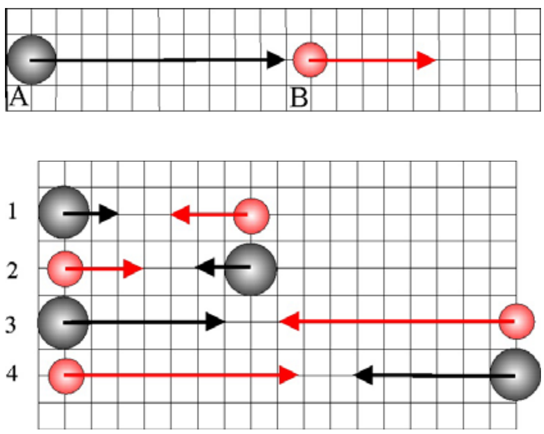


SOL:
Según el esquema que se da, el observador vería las partículas que se dirigen a él con velocidades $\vec{v}'_1$ y, $\vec{v}'_2$ ya que está en el origen de dicho sistema, en donde se produce dicha colisión, invirtiéndose el sentido de las velocidades después de la misma, por lo tanto, serían correctas tanto la propuesta b, como la c.

3.5.27*. En una colisión elástica en el sistema de referencia del centro de masas, las partículas:

a) MANTIENEN SUS VELOCIDADES DESPUÉS DE LA COLISIÓN
b) INVIERTEN SUS VELOCIDADES DESPUÉS DEL CHOQUE
c) INTERCAMBIAN SUS VELOCIDADES DESPUÉS DEL CHOQUE
d) DUPLICAN SUS VELOCIDADES DESPUÉS DEL CHOQUE
e) CONSERVAN SU ENERGÍA CINÉTICA

SOL:
En el sistema de referencia del centro de masas, las partículas que colisionan en su centro, invierten sus velocidades, conservando su energía cinética, tal como se indica en el test anterior, por lo tanto serían correctas las propuestas b y e.



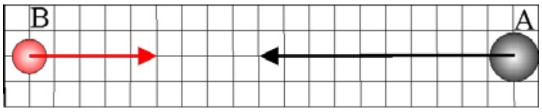
3.5.28. El esquema que te dan corresponde al movimiento unidimensional de dos esferas A (negra) y B (roja), de masas respectivas 3 y 2 kg, sobre una mesa sin rozamiento y cuyos vectores velocidad son los dibujados (cada cuadrado una unidad SI), suponiendo que la colisión que efectúan sea elástica, los vectores velocidad de A y B, respectivamente antes de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán de los esquematizados:

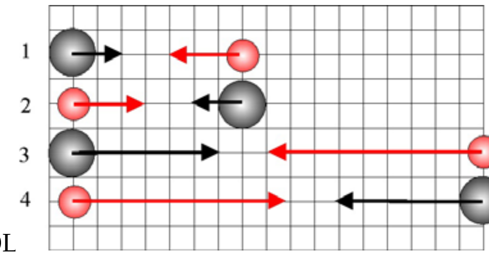
a) el 1 b) el 2 c) el 3 d) el 4

SOL:
Teniendo en cuenta que m_A=3kg y m_B=2kg, y que las velocidades respectivas $\vec{v}_A = 10\vec{i}\ m.s^{-1}$ y $\vec{v}_B = 5\vec{i}\ m.s^{-1}$, la

$\vec{v}_{CM} = \dfrac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \dfrac{3.10\vec{i} + 2.5\vec{i}}{5} = 8\vec{i}\,ms^{-1}$, por lo que $\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = 10\vec{i} - 8\vec{i} = 2\vec{i}\ ms^{-1}$ y

$\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = 5\vec{i} - 8\vec{i} = -3\vec{i}\ ms^{-1}$ siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas, que corresponden a la propuesta 1, dada en el dibujo.





3.5.29. El esquema que te dan corresponde al movimiento unidimensional de dos esferas A (negra) y B (roja), de masas respectivas 3 y 2 kg, sobre una mesa sin rozamiento y cuyos vectores velocidad son los dibujados (cada cuadrado una unidad SI), suponiendo que la colisión que efectúan sea elástica, los vectores velocidad de A y B, respectivamente antes de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán de los esquematizados:

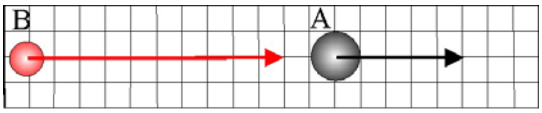
a) el 1 b) el 2 c) el 3 d) el 4

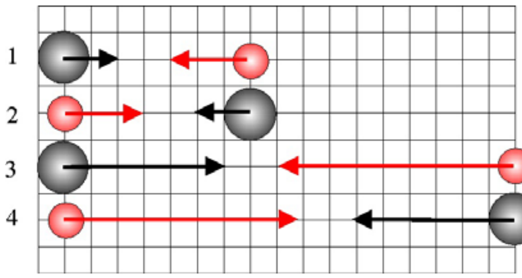
SOL

Teniendo en cuenta que m_A=3 kg y m_B=2 kg, y que las velocidades respectivas $\vec{v}_A = -10\vec{i}\ m.s^{-1}$ y $\vec{v}_B = 5\vec{i}\ m.s^{-1}$, la

$\vec{v}_{CM} = \dfrac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \dfrac{3.(-10\vec{i}) + 2.5\vec{i}}{5} = -4\vec{i}\,ms^{-1}$, por lo que $\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = -10\vec{i} - (-4\vec{i}) = -6\vec{i}\ ms^{-1}$ y

$\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = 5\vec{i} - (-4\vec{i}) = 9\vec{i}\ ms^{-1}$ siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas, que corresponden a la propuesta 4, dada en el dibujo.





3.5.30. El esquema que te dan corresponde al movimiento unidimensional de dos esferas A (negra) y B (roja), de masas respectivas 3 y 2 kg, sobre una mesa sin rozamiento y cuyos vectores velocidad son los dibujados (cada cuadrado una unidad SI), suponiendo que la colisión que efectúan sea elástica, los vectores velocidad de A y B, respectivamente después de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán de los esquematizados:

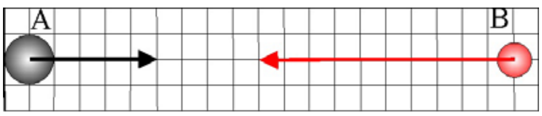
a) el 1 b) el 2 c) el 3 d) el 4

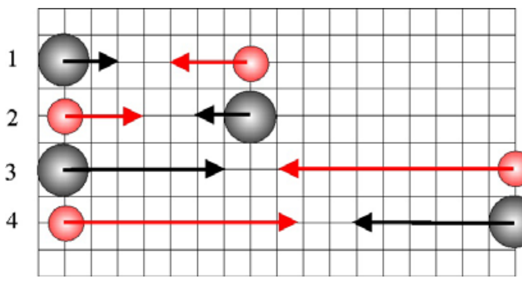
SOL:

Teniendo en cuenta que m_A=3kg y m_B=2kg, y que las velocidades respectivas $\vec{v}_A = 5\vec{i}\ m.s^{-1}$ y $\vec{v}_B = 10\vec{i}\ m.s^{-1}$, la

$\vec{v}_{CM} = \dfrac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \dfrac{3.5\vec{i} + 2.10\vec{i}}{5} = 7\vec{i}\,ms^{-1}$, por lo que $\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = 5\vec{i} - 7\vec{i} = -2\vec{i}\ ms^{-1}$ y

$\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = 10\vec{i} - 7\vec{i} = 3\vec{i}\ ms^{-1}$, siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas, y dado que en ese sistema las velocidades después de la colisión se invierten la solución es 1.





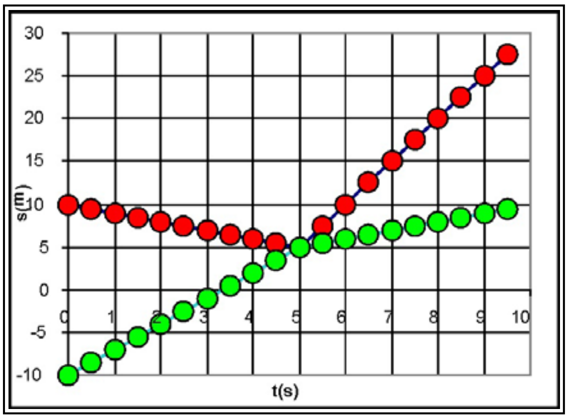
3.5.31. El esquema que te dan corresponde al movimiento unidimensional de dos esferas A (negra) y B (roja), de masas respectivas 3 y 2 kg, sobre una mesa sin rozamiento y cuyos vectores velocidad son los dibujados (cada cuadrado una unidad SI), suponiendo que la colisión que efectúan sea elástica, los vectores velocidad de A y B, respectivamente después de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán de los esquematizados:

a) el 1 b) el 2 c) el 3 d) el 4

SOL:

Operando como en casos anteriores: $\vec{v}_{CM} = \dfrac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \dfrac{3.5\vec{i} + 2.(-10\vec{i})}{5} = -\vec{i}\,ms^{-1}$ por lo que

$\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = 5\vec{i} - (-\vec{i}) = 6\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = -10\vec{i} - (-\vec{i}) = -9\vec{i}\ ms^{-1}$, al invertirse las velocidades después de la colisión, $u'_A = -6\,\vec{i}\ m.s^{-1}$ y $u'_B = 9\,\vec{i}\ m.s^{-1}$ que corresponden a la propuesta d, en el esquema 4.



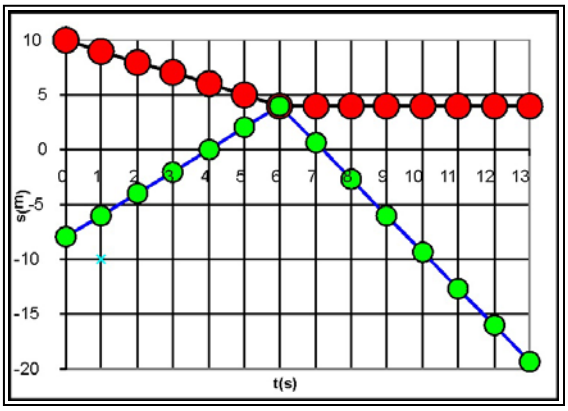
3.5.32. La gráfica de la figura corresponde a la representación del movimiento rectilíneo de dos cuerpos A (rojo en la gráfica) y B (verde en la gráfica), cuyas masas suman 4 kg, es una gráfica posición tiempo en un sistema de referencia de laboratorio, observándose que colisionan frontalmente en un instante determinado. Del análisis de dicha gráfica sacarás la conclusión que las velocidades respectivas antes de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán:

a) 3 y -1 m/s b) -3 y 1 m/s
c) 1 y -3 m/s d) -1 y 3 m/s

SOL:
Primero se calculan las velocidades de cada cuerpo a través de la gráfica, pues son las pendientes de las rectas. La colisión se efectúa a los 5s, y antes v_A= (5-10) m/ 5s = -1m/s y v_B= (5-(-10))/5 =3m/s.
Después de la colisión elástica, v'_A= (25-5) m/ (9-5) s = 5m/s. Como en la colisión elástica y frontal:

$v'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_B$ y sustituyendo: $5 = -\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} + \frac{6m_B}{m_A + m_B}$, de lo que $m_B = 3m_A$ y como $m_A + m_B = 4$

Operando, tenemos que m_A=1 kg y m_B=3kg. Con lo cual ya se puede calcular la velocidad del centro de masas, paso previo para estudiar las velocidades en el S.R.C.M. $\vec{v}_{CM} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{1.-\vec{i} + 3.3\vec{i}}{4} = 2\vec{i}\, ms^{-1}$. por lo que $\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = -\vec{i} - 2\vec{i} = -3\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = 3\vec{i} - 2\vec{i} = \vec{i}\ ms^{-1}$, siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas. La propuesta correcta es la b.



3.5.33.La gráfica posición/ tiempo de la figura corresponde a la representación del movimiento rectilíneo de dos cuerpos A(rojo) y B(verde), cuyas masas suman 6 kg, en un sistema de referencia de laboratorio, observándose que colisionan frontalmente a los 6s. Del análisis de dicha gráfica sacarás la conclusión que las velocidades respectivas después de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán:

a) 2 y – 1 m/s b) 0,5 y -2,5 m/s
c) 1 y -2 m/s d) 2,5 y 0,5 m/s

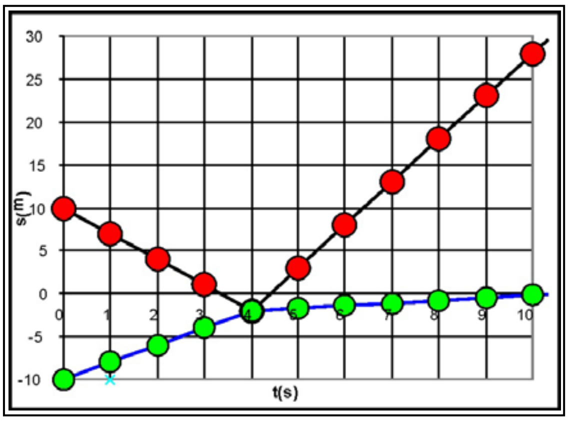
SOL:
Operando como en el caso anterior, antes de la colisión v_A= (5-10)m/ 5s = -1m/s y v_B=(0-(-8))/4 =2m/s .
Después de la colisión elástica, v'_A=0 . Como en la colisión elástica y frontal:

$v'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_B$ y sustituyendo: $0 = -\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} + \frac{4m_B}{m_A + m_B}$, de lo que $m_A = 5m_B$ y como $m_A + m_B = 6$

Operando, tenemos que m_A = 5 kg y m_B = 1kg. Con lo cual ya se puede calcular la velocidad del centro de masas, paso previo para estudiar las velocidades en el S.R.C.M. $\vec{v}_{CM} = \frac{m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{5.-\vec{i} + 1.2\vec{i}}{6} = -0{,}5\vec{i}\, ms^{-1}$. por lo que

$\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = -\vec{i} - (-0{,}5\vec{i}) = -0{,}5\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = 2\vec{i} - (-0{,}5\vec{i}) = 2{,}5\vec{i}\ ms^{-1}$,siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas. dado que en ese sistema las velocidades después de la colisión se invierten, $u'_A = 0{,}5\ \vec{i}\ m.s^{-1}$ y $u'_B = -2{,}5\ \vec{i}\ m.s^{-1}$

La propuesta correcta es la b



3.5.34. La gráfica de la figura corresponde a la representación posición/tiempo del movimiento de dos cuerpos A y B, que se desplazan por el eje de las X y cuyas masas suman 10 kg, en un sistema de referencia de laboratorio, observándose que colisionan frontalmente a los 4s. Del análisis de dicha gráfica sacarás la conclusión que las velocidades respectivas después de la colisión en un sistema de referencia del centro de masas serán en m/s:

a) $-4\vec{i}\ e\ \vec{i}$ b) $4\vec{i}\ e -\vec{i}$

c) $\vec{i}\ y -4\vec{i}$ d) $-\vec{i}\ y\ 4\vec{i}$

SOL:

Operando como en el caso anterior, antes de la colisión v_A= (-2-10)m/ 4s = -3m/s y v_B=(-2-(-10))/4 =2m/s .

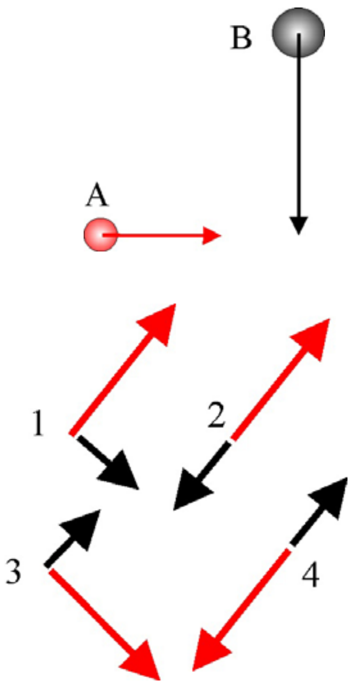
Después de la colisión elástica, v'_A=28-(-2)m/6s= 5m/s . Como en la colisión elástica y frontal:

$v'_A = \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} v_A + \frac{2m_B}{m_A + m_B} v_B$, sustituyendo: $5 = -3.\frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} + \frac{4m_B}{m_A + m_B}$, de lo que $m_B = 4m_A$ y como $m_A + m_B = 10$

Operando, tenemos que m_A = 2 kg y m_B = 8kg. Con lo cual ya se puede calcular la velocidad del centro de masas, paso previo para estudiar las velocidades en el S.R.C.M. $\vec{v}_{CM} = \frac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{2.-3\vec{i} + 8.2\vec{i}}{10} = \vec{i}\,ms^{-1}$. por lo que

$\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = -3\vec{i} - \vec{i} = -4\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = 2\vec{i} - \vec{i} = \vec{i}\ ms^{-1}$, siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas, dado que en ese sistema las velocidades después de la colisión se invierten,

$u'_A = 4\,\vec{i}\ m.s^{-1}$ y $u'_B = -\vec{i}\ m.s^{-1}$ .La propuesta correcta es la b



3.5.35. Dos cuerpos esféricos, A(rojo) y B(negro), de 4 y 6 kg de masa, respectivamente, se mueven en un movimiento rectilíneo y uniforme con velocidades de 6 y 8 m/s, en los sentidos indicados en dibujo, colisionando oblicua y elásticamente. Del estudio de su colisión en el sistema de referencia del centro de masas, dirás que sus velocidades respectivas en dicho sistema de referencia antes de la colisión están dadas en el esquema por los vectores:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

Mientras que después de la colisión en el mismo sistema de referencia serán los vectores:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

SOL:

Del dibujo dado de los cuerpos, $\vec{v}_A = 6\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{v}_B = -8\vec{j}\ ms^{-1}$, por lo que la velocidad del centro de masas será: $\vec{v}_{CM} = \frac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{4.6\vec{i} + 6.(-8\vec{j})}{10} = 2{,}4\vec{i} - 4{,}8\vec{j}\ ms^{-1}$.

Como en el sistema de referencia del centro de masas

$\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = 6\vec{i} - (2{,}4\vec{i} - 4{,}8\vec{j}) = 3{,}6\vec{i} + 4{,}8\vec{j}\ ms^{-1}$ y

$\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = -8\vec{j} - (2{,}4\vec{i} - 4{,}8\vec{j}) = -2{,}4\vec{i} - 3{,}2\vec{j}\ ms^{-1}$,

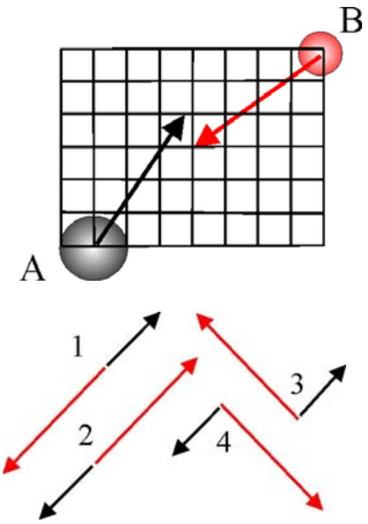
valores que corresponden a la propuesta b) con los vectores respectivos 2

Después de la colisión, dado que en el sistema de referencia del centro de masas se invierten las velocidades

$u'_A = -3{,}6\vec{i} - 4{,}8\vec{j}\ ms^{-1}$ y $u'_B = 2{,}4\vec{i} + 3{,}2\vec{j}\ ms^{-1}$

que corresponden a la propuesta d) con los vectores respectivos 4

.



3.5.36. Dos cuerpos esféricos, A(negro) y B(rojo), de 10 y 5 kg de masa, respectivamente, se mueven en un movimiento rectilíneo y uniforme con velocidades de 5 y 5 m/s, indicadas en dibujo con sus vectores respectivos, colisionando oblicua y elásticamente. Cada cuadrado es una unidad del SI. Del estudio de su colisión en el sistema de referencia del centro de masas, dirás que sus velocidades respectivas en dicho sistema de referencia **antes** de la colisión están dadas en el esquema por los vectores:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4.

Mientras que después de la colisión en el mismo sistema de referencia serán los vectores:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

SOL:

Del dibujo dado de los cuerpos, $\vec{v}_A = 3\vec{i} + 4\vec{j}\ ms^{-1}$ y $\vec{v}_B = -4\vec{i} - 3\vec{j}\ ms^{-1}$, por lo que la velocidad del centro de masas será:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{10.3\vec{i} + 10.4\vec{j} + 5.(-4\vec{i}) + 5.(-3\vec{j})}{15} = 0{,}67\vec{i} + 1{,}67\vec{j}\ ms^{-1}.$$

Como en el sistema de referencia del centro de masas

$\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - (0{,}67\vec{i} + 1{,}67\vec{j}) = 2{,}33\vec{i} + 2{,}33\vec{j}\ ms^{-1}$ y

$\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = -4\vec{i} - 3\vec{j} - (0{,}67\vec{i} + 1{,}67\vec{j}) = -4{,}67\vec{i} - 4{,}67\vec{j}\ ms^{-1}$,

valores que corresponden a la propuesta a) con los vectores respectivos 1

Después de la colisión, dado que en el sistema de referencia del centro de masas se invierten las velocidades

$u_A' = -2{,}33\vec{i} - 2{,}33\vec{j}\ ms^{-1}$ y $u_B' = 4{,}67\vec{i} + 4{,}67\vec{j}\ ms^{-1}$

que corresponden a la propuesta b) con los vectores respectivos 2

3.5.37*.La partícula A de masa m y velocidad $8\vec{i}$ m/s, colisiona elásticamente con B, de masa 4m, situada en reposo, en un sistema de referencia de laboratorio. En el sistema de referencia del centro de masas, podrás asegurar que:

a) LA VELOCIDAD DE A ANTES DEL CHOQUE ES $6{,}4\vec{i}$ m/s
b) LA VELOCIDAD DE B DESPUÉS DEL CHOQUE ES $1{,}6\vec{i}$ m/s
c) LA VELOCIDAD DE A DESPUÉS DEL CHOQUE, RESPECTO A LA QUE TENÍA ANTES DEL CHOQUE ES $-12{,}4\vec{i}$ m/s
d) LA VELOCIDAD DE B DESPUÉS DEL CHOQUE, ES DOBLE DE LA QUE TENDRÍA EN UN SISTEMA DE LABORATORIO

SOL:

En un sistema de referencia de laboratorio, la velocidad del centro de masas del sistema será:

$\vec{v}_{CM} = (m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B)/(m_1+m_2)$. Sustituyendo los valores $\vec{v}_{CM} = (m.8\vec{i} + 4m.0)/5m = 1{,}6\vec{i}$ m/s.

En un sistema de referencia del centro de masas, las velocidades $\vec{u}_1$ y $\vec{u}_2$ de A y B serán:

$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{CM} = 8\vec{i} - 1{,}6\vec{i} = 6{,}4\vec{i}$ m/s, $\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \vec{v}_{CM} = 0 - 1{,}6\vec{i} = -1{,}6\vec{i}$ m/s.

En el sistema de referencia del centro de masas, en una colisión perfectamente elástica, las velocidades de las partículas cambian de sentido después de aquella. Así:

$\vec{u}_1' = -\vec{u}_1 = -6{,}4\vec{i}$ m/s y $\vec{u}_2' = -\vec{u}_2 = 1{,}6\vec{i}$ m/s.

Por lo tanto la velocidad de A (1) después del choque respecto a la que tenía antes de la colisión en el sistema de referencia del centro de masas será $\vec{u}_1' - \vec{u}_1 = -6{,}4\vec{i} - 6{,}4\vec{i} = -12{,}8\vec{i}$ m/s

La velocidad de B, después del choque, $\vec{u}_2' = \vec{v}_2' - \vec{v}_{CM}$ y $\vec{v}_2' = \vec{u}_2' + \vec{v}_{CM} = 1{,}6\vec{i} + 1{,}6\vec{i} = 3{,}2\vec{i}$ m/s, doble de la que tenía en el sistema de referencia del centro de masas. Por lo tanto $\vec{u}_2' = \vec{v}_2'/2$. La propuesta d es la única incorrecta de todas las dadas.

3.5.38*.La partícula A, de masa 4m, tiene un vector de posición, $\vec{r}_A =$ (2t²+1)$\vec{i}$, mientras que la B, de masa 6m, $\vec{r}_B$ = (4-t²)$\vec{i}$, en unidades del SI, y en un sistema de referencia de laboratorio. De este sistema y con estos datos podrás decir que:

a) EL CENTRO DE MASAS DEL SISTEMA SE MUEVE CON UN MUA CON a=0,4 m/s²
b) CHOCARÁN AL CABO DE 1s
c) EL VECTOR DE POSICIÓN DEL LUGAR DE LA COLISIÓN SERÁ $\vec{r} = 2\vec{i}$ m.
d) SI EL CHOQUE ES ELÁSTICO LA VELOCIDAD DE A, DESPUÉS DE LA COLISIÓN ES -3,2$\vec{i}$ m/s
e) SI EL CHOQUE ES ELÁSTICO LA VELOCIDAD DE B EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASAS ES 2,4$\vec{i}$ m/s.

SOL:

Teniendo en cuenta que $\vec{r}_A =$ (2t²+1)$\vec{i}$ y $\vec{r}_B =$ (4-t²)$\vec{i}$, derivando sucesivamente para calculare las aceleraciones respectivas y teniendo en cuenta que $\vec{a}_{CM} = \dfrac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$; $\vec{a}_{CM} = \dfrac{m_A\vec{a}_A + m_B\vec{a}_B}{m_A + m_B} = \dfrac{4m.4\vec{i} + 6m.(-2\vec{i})}{10m} = 0,4\vec{i}\ ms^{-2}$, cuyo módulo coincidirá con la propuesta a.

Al chocar se deberá cumplir que $\vec{r}_A = \vec{r}_B$; (2t²+1)= (4-t²); t=1s, que corresponde a la propuesta b. Sustituyendo t=1s, el vector de posición del lugar de la colisión será $\vec{r} = 3\vec{i}\ m$, que difiere de lo que se propone en c.

Si calculamos la velocidad del centro de masas , para t=1s,

$\vec{v}_{CM} = \dfrac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \dfrac{4m.4t\vec{i} + 6m.(-2t\vec{i})}{10m} = \dfrac{4\vec{i}}{10} = 0,4\vec{i}\,ms^{-1}$. Como $\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM}$ y $\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM}$, siendo $\vec{u}_A$ y $\vec{u}_B$ las velocidades de las partículas en el sistema de referencia del centro de masas.

Para t=1s, $\vec{u}_A = \vec{v}_A - \vec{v}_{CM} = 4\vec{i} - 0,4\vec{i} = 3,6\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{u}_B = \vec{v}_B - \vec{v}_{CM} = -2\vec{i} - 0,4\vec{i} = -2,4\vec{i}\ ms^{-1}$. Puesto que en la colisión elástica, y en este sistema, se invierten las velocidades después del choque, será estas: $\vec{u}'_A = -3,6\vec{i}\ ms^{-1}$ y $\vec{u}'_B = 2,4\vec{i}\ ms^{-1}$ que corresponde a la propuesta e. La d, se hallaría, teniendo en cuenta que $\vec{u}'_A = \vec{v}'_A - \vec{v}_{CM}$

De lo que $\vec{v}'_A = \vec{u}'_A + \vec{v}_{CM} = -3,6\vec{i} + 0,4\vec{i} = -3,2\vec{i}\ ms^{-1}$, tal como se indica en d.

3.5.39*. Si la colisión anterior fuera perfectamente inelástica, dirías que

a) LA VELOCIDAD DE B DESPUÉS DE LA COLISIÓN, EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DE LABORATORIO ES 0,2$\vec{i}$ m/s.
b) LA ENERGÍA PERDIDA EN LA COLISIÓN INELÁSTICA ES DE 43,2m J.
c) LA VELOCIDAD DE B DESPUES DE LA COLISIÓN, EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASAS ES 0
d) LA VELOCIDAD DE A DESPUÉS DE LA COLISIÓN, EN EL SISTEMA DE REFERENCIA DEL CENTRO DE MASAS ES IGUAL A LA DE B

SOL:

Si la colisión es perfectamente inelástica se cumplirá que $m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = (m_A + m_B)\vec{v}_{final}$, o sea que la velocidad final de ambas masas que terminarán juntas es por lo tanto la misma. Aplicando esto, para t=1s, que es cuando se produce la colisión.

$4m.4\vec{i} + 6m.(-2\vec{i}) = 10m.\vec{v}_f$; $\vec{v}_f = 0,4\vec{i}\ ms^{-1}$ que no corresponde con la propuesta a..

La energía perdida en la colisión inelástica, corresponderá a la variación de la energía cinética que ha experimentado el sistema: $\dfrac{4m.16}{2} + \dfrac{6m.4}{2} - \dfrac{10m.0,16}{2} = 43,6m\ \ J$, que si coincide con la propuesta b.

La velocidad del CM, fue calculada en el test anterior, $\vec{v}_{CM} = 0,4\vec{i}\ ms^{-1}$. Por lo tanto en este sistema, dado que $\vec{u}'_A = \vec{v}'_A - \vec{v}_{CM} = 0,4\vec{i} - 0,4\vec{i}\ ms^{-1} = 0 = \vec{u}'_B$, o sea que las propuestas c y d son correctas.

3.5.40. Si la partícula A colisiona con la B en un choque completamente inelástico contemplado en el sistema de referencia del centro de masas, podrás asegurar que:

a) LA VELOCIDAD FINAL DE A NO ES LA MISMA QUE LA DE B
b) LA VELOCIDAD DEL SISTEMA DESPUÉS DE LA COLISIÓN ES NULA
c) LA PERDIDA DE ENERGÍA CINÉTICA ES IGUAL A LA ENERGÍA QUE TENÍAN LOS CUERPOS ANTES DE LA COLISIÓN EN DICHO SISTEMA DE REFERENCIA
d) EL VECTOR DE POSICIÓN DEL CENTRO DE MASAS DEL SISTEMA NO VARÍA
e) LA ENERGÍA INICIAL DEL SISTEMA ES IGUAL A LA MITAD DE LA MASA REDUCIDA, POR EL CUADRADO DE LA VELOCIDAD RELATIVA DE LAS PARTÍCULAS COLISIONANTES.

SOL:

Por lo dicho en los test anteriores, la propuesta a es incorrecta, no así la b. También es incorrecta la propuesta c y la e, ya que .
La energía inicial del sistema visto desde el centro de masas es:

$$E = \frac{1}{2} m_A u_A^2 + \frac{1}{2} m_B u_B^2$$

siendo u_A y u_B las velocidades de A y B respecto del centro de masas.

La velocidad relativa de las partículas desde el punto de vista del centro de masas es $u_A - u_B$ y la masa reducida $\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B}$, por tanto, $E' = \frac{1}{2} \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \left(u_A - u_B\right)^2$. E es diferente de E´, por lo que la opción e) es falsa.

Es correcta la propuesta d, ya que si la velocidad de las partículas en ese sistema después del choque es nula, igual que antes.

3.5.41*. El coeficiente de restitución fue definido por Newton en las colisiones directas como la relación entre las velocidades relativas de los colisionantes después del choque, y las velocidades relativas antes del choque, con el signo negativo. De él también puedes decir que:

a) ES LA RELACIÓN ENTRE LA SUMA DE LAS VELOCIDADES DE CADA CUERPO ANTES Y DESPUÉS DEL CHOQUE
b) ES LA RELACIÓN ENTRE EL CUADRADO DE LA ENERGÍA FINAL Y LA ENERGÍA INICIAL, EN DETERMINADAS CONDICIONES
c) ES UNA MAGNITUD SIN UNIDADES
d) ES CERO, EN UN CHOQUE PERFECTAMENTE ELÁSTICO

SOL:

Como por definición $e = -\frac{v_1' - v_2'}{v_1 - v_2}$, es una magnitud sin unidades, y si e=0, la colisión es perfectamente inelástica. De la ecuación de definición dada, se deduce que $v_2' + ev_2 = v_1' + ev_1$, y en una colisión perfectamente elástica, e=1 y por lo tanto $v_2' + v_2 = v_1' + v_1$, que corresponde con la propuesta a. La b es incorrecta dado que $e^2 = \frac{E_{final}}{E_{inicial}}$ si $v_2' = 0 \ y \ v_2 = 0$, de lo que $e = \sqrt{\frac{E_{final}}{E_{inicial}}}$. Por lo tanto sólo son correctas la a y la c.

3.5.42. La pérdida relativa de energía en una colisión parcialmente inelástica entre dos cuerpos A y B, de masas respectivas M y 4M, y velocidades v_A y nula, con un coeficiente de restitución 1/2 es:
a) INDEPENDIENTE DE LAS VELOCIDADES DE A Y B
b) 40% c) 50% d) 60%
SOL:
Teniendo en cuenta que las velocidades de un sistema de dos partículas A y B, después de una colisión parcialmente elástica son : $v_A' = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_A + \frac{(1+e)m_2}{m_1+m_2} v_B$ $\qquad v_B' = \frac{(1+e)m_1}{m_1+m_2} v_A - \frac{em_1 - m_2}{m_1+m_2} v_B$

Para el caso actual en el que m_1=M, m_2=4M, v_B=0, y e=0,5, se tendría que: $v'_A = \frac{M - 2M}{5M} v_A = -0{,}2 v_A$ y $v'_B = \frac{1{,}5M}{5M} v_A = 0{,}3 v_A$, por lo tanto la diferencia energética antes y después será:
$\frac{M}{2} v_A^2 - \frac{M}{2} 0{,}04 v_A^2 - \frac{4M}{2} 0{,}09 v_A^2 = \frac{M}{2} 0{,}6 v_A^2$, por lo que al dividir por la energía inicial, y referirlo a 100, nos quedaría un 60%, que coincide con la propuesta d.

3.5.43*. Si el coeficiente de restitución de la colisión de una esfera metálica con el suelo es 0,5, podrás asegurar que:
a) DEJADA CAER DESDE UNA ALTURA H REBOTARA HASTA H/2
b) DEJADA CAER DESDE UNA ALTURA H REBOTARA HASTA H/4
c) EL MÓDULO DE SU VELOCIDAD DESPUÉS DEL CHOQUE ES LA MITAD DEL MÓDULO DE SU VELOCIDAD ANTES DEL CHOQUE
d) EL MÓDULO DE SU VELOCIDAD DESPUÉS DEL CHOQUE ES LA CUARTA PARTE DEL MÓDULO DE SU VELOCIDAD ANTES DEL CHOQUE

SOL:
El coeficiente de restitución es: $e = -\frac{v_{1f} - v_{2f}}{v_{1i} - v_{2i}}$.Si el choque se produce contra el suelo las velocidades de éste antes y después del choque son nulas y por consiguiente

$$e = -\frac{v_{1f}}{v_{1i}} = \frac{\sqrt{2gH_f}}{\sqrt{2gH}} \Rightarrow e^2 = \frac{H_f}{H} \Rightarrow H_f = \frac{H}{4}$$ .La opción a) es falsa y correcta la b).

$$v_f = \sqrt{2gH_f} = \sqrt{\frac{2gH}{4}} = \frac{v_i}{2}$$ .La opción c) es correcta y la d) falsa.

3.5.44. Si dos esferas A y B, de igual masa y material se desplazan al encuentro una de la otra, con velocidades respectivas $\mathbf{v}_A$ y $\mathbf{v}_B$, y teniendo coeficiente de restitución e, podrás asegurar que la esfera A o la B, se detendrán después de la colisión cuando las relaciones entre las velocidades de A y B antes del choque sean:
a) (1+e) ;-(1+e) b) (1+e)/(1-e) ; -(1+e)/(1-e) ; c) -(1+e)/(1-e) ; -(1-e)/(1+e) d) (1-e);(1+e)
SOL:
Teniendo en cuenta la fórmula de las velocidades finales de A y B, después de la colisión frontal parcialmente inelástica

$$v_A' = \frac{m_1 - em_2}{m_1+m_2} v_A + \frac{(1+e)m_2}{m_1+m_2} v_B \text{ (I) y } v_B' = \frac{(1+e)m_1}{m_1+m_2} v_A - \frac{em_1 - m_2}{m_1+m_2} v_B \text{ (II)}$$

Como m_1=m_2=m, y si v_A'=0, $0 = \frac{m(1-e)}{2m} v_A + \frac{(1+e)m}{2m} v_B \Rightarrow (1-e)v_A + (1+e)v_b \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = -\frac{1+e}{1-e}$

Si la que se detuviera fuera B, después de la colisión:

$$0 = \frac{(1+e)m}{2m} v_A - \frac{(e-1)m}{2m} v_B \Rightarrow (1+e)v_A + (1-e)v_B = 0 \quad \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = -\frac{1-e}{1+e}$$

3.5.45. Si se suelta una esfera metálica A, desde una altura H, colisionando con el suelo de forma que su coeficiente de restitución es e, y bota repetidas veces hasta que se detiene, el camino recorrido por A hasta que se detiene será:

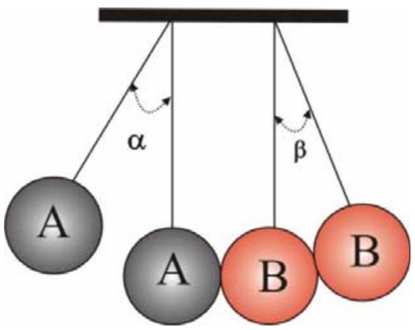
a) $H/(1+e^2)$ b) $[(1+e^2)/(1-e^2)]H$ c) $H/(1-e^2)$ d) $[(1-e^2)/(1+e^2)]H$

SOL:

En una cuestión anterior hemos visto que cuando un cuerpo choca contra el suelo se cumple la siguiente relación entre las alturas $e^2 = \frac{H_f}{H}$, si aplicamos esta ecuación al primer rebote resulta: $H_1=He^2$. A su vez en el segundo rebote $H_2= H_1e^2= He^4$ y así sucesivamente. Al cabo de n rebotes $H_n=He^{2n}$.

El camino recorrido será: $H + He^2 + He^4 + He^6 +....He^{2n} = H(1+ e^2 + e^4 + e^6 +....e^{2n})$.

Se trata de la suma de una progresión geométrica cuya razón es $e^2< 1$, y por lo tanto decreciente, y tendiendo a infinito el número de términos. SUMA= Primer término (1/1-razón). Por lo tanto será H $(1/1-e^2)$ que corresponde a la propuesta c.



3.5.46. Si dispones de 2 esferas A y B, de igual masa, en sendos péndulos de igual longitud L, y paralelos. Separas A un cierto ángulo α y la suelta, con lo que colisiona con B, con un coeficiente de restitución e, de tal forma que B se separa formando otro ángulo ß. Podrás decir que en dicha colisión la relación entre los senos de los ángulos mitades de α y β [(sen α/2)/(sen β/2)] es :

a) e b) 2/(1+e) c) (1+e)/2 d) 2/(1 -e)

SOL:

Considerando que al separar la esfera A un ángulo **a** y golpear a B que está en reposo, se produce una colisión parcialmente inelástica frontal, viniendo las velocidades finales regidas por las fórmulas :

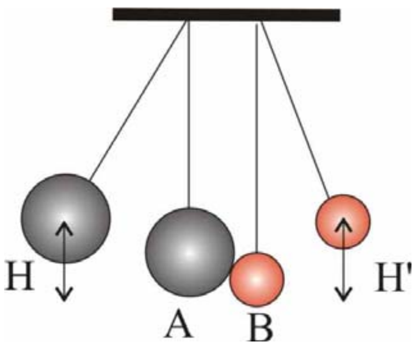
$v_A' = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_A + \frac{(1+e)m_2}{m_1+m_2} v_B$ (I) y $v_B' = \frac{(1+e)m_1}{m_1+m_2} v_A - \frac{em_1 - m_2}{m_1+m_2} v_B$ (II) Como $m_1=m_2=m$, y $v_B=0$, se nos transforma en: $v_A' = \frac{(1-e)m}{2m} v_A$ y $v_B' = \frac{(1+e)m}{2m} v_A$ (III).

v_A y v_B', se pueden expresar en función de la altura, $v = \sqrt{2gh}$, y ésta en función del ángulo de desviación: $H=L(1-\cos\alpha)$.

Sustituyendo tendremos que $v_A = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$ y $v_B' = \sqrt{2gL(1-\cos\beta)}$, valores que reemplazados en (III), convierten esta ecuación en: $\sqrt{2gL(1-\cos\beta)} = \frac{1+e}{2}\sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}\cdot \Rightarrow \frac{\sqrt{2gL(1-\cos\beta)}}{\sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}} = \frac{1+e}{2}$

Simplificando y transformando $\frac{\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}}{\sqrt{\frac{1-\cos\beta}{2}}} = \frac{2}{1+e}$ Siendo los primeros términos los senos de los ángulos mitad respectivos.

Así : sen(α/2)/sen(β/2)= 2/(1+e) , que corresponde a la propuesta b.



3.5.47. Si dispones de 2 esferas, A de masa 2m y B de masa m, en sendos péndulos de igual longitud L, y paralelos. Separas A hasta que alcance una altura H, y la sueltas, golpeando con B, con un coeficiente de restitución e. La altura H', alcanzada por B en dicha colisión será:

a)4(1+e)²H/9 b)(1+e²)4H/9 c)4(1-e)²H/9 d)(1+e²)H/9

SOL:

Razonando como en la cuestión anterior y partiendo de semejantes fórmulas, tendremos que:

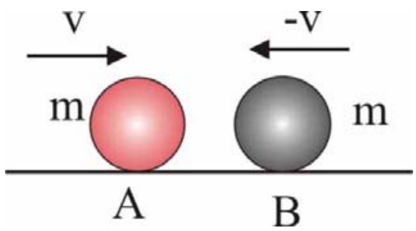
$$v_A' = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_A + \frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} v_B \text{ (I)}$$

$$v_B' = \frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} v_A - \frac{em_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B \text{ (II)}$$

Como m_1=2m, m_2=m y v_B=0, se nos transforma en:

$v_A' = \frac{(2-e)m}{3m} v_A$ y $v_B' = \frac{(1+e)2m}{3m} v_A$ (III). Simplificando la (III), tenemos: v_B'= [2(1+e)/3)] v_A .Si disponemos las velocidades v_B' y v_A en función de las alturas a que se elevaron las respectivas esferas después del choque y antes del choque, $v'_B = \sqrt{2gH'}$ y $v_A = \sqrt{2gH}$. Sustituyendo: $\sqrt{2gH'} = \frac{2(1+e)}{3}\sqrt{2gH}$ Elevando al cuadrado, 2gH'= [4(1+e)²/9]2gH. $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ H'= [4(1+e)²/9] H, que corresponde a la propuesta a.



3.5.48. En un choque frontal entre dos esferas A y B, de masas iguales con velocidades iguales y de sentido contrario, el porcentaje de pérdida de energía respecto a la inicial, cuando el coeficiente de restitución es e, es:

a) 100 (1-e) b) 100(1+e²) c) 100(1-e²) d) 100 (1+e)/2

SOL:

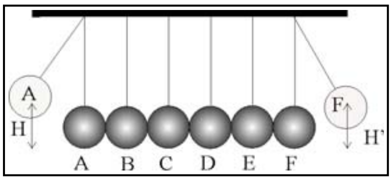
Razonando como en cuestiones anteriores y partiendo de las fórmulas de las velocidades finales para colisiones parcialmente inelásticas:

$$v_A' = \frac{m_1 - em_2}{m_1 + m_2} v_A + \frac{(1+e)m_2}{m_1 + m_2} v_B \text{ (I) y } v_B' = \frac{(1+e)m_1}{m_1 + m_2} v_A - \frac{em_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B \text{ (II)}$$

siendo V_A=v=-V_B y m_1=m_2= m, las fórmulas anteriores se convertirían en:

$$v_A' = \frac{(1-e)m}{2m} v + \frac{(1+e)m}{2m}(-v) \text{ y } v_B' = \frac{(1+e)m}{2m} v - \frac{(e-1)m}{2m}(-v), \quad v_A' = -ev \text{ y } v_B' = ev$$

Por lo tanto la pérdida de energía cinética en la colisión será = mv^2-me^2v^2= mv^2 (1-e^2), y la pérdida relativa respecto a la inicial será (1-e^2), por lo que el porcentaje será 100(1-e^2), como se indica en c.



3.5.49. el francés Mariotte a mediados del XVIII, hizo un experimento curioso. Disponiendo de 6 péndulos alineados y pegados, y elevándolo el de la izquierda una altura H, y soltándolo, el del otro extremo se elevó hasta una altura H'. Si el coeficiente de restitución en la colisión fuera 0,8 la relación entre H y H' sería aproximadamente:

a) 2 b) 5 c) 9 d) 12

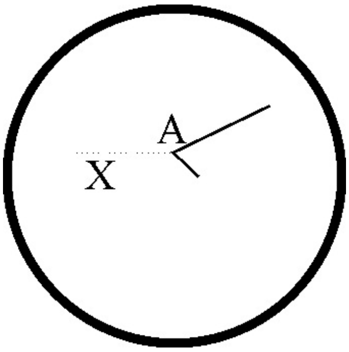
SOL:

En cuestiones anteriores hemos visto que cuando la velocidad de 2 es nula antes y después del choque el coeficiente de restitución adopta el valor de $e = \sqrt{\frac{H_f}{H}} \Rightarrow e^2 = \frac{H_f}{H} = \frac{mgH_f}{mgH}$ .A adquiere energía potencial mgH y justamente antes de colisionar con B esa energía es cinética, que recibe B y una parte transmite a C y así sucesivamente:

Primera colisión: e^2mgH= ½mv_2^2 ; Segunda colisión: e^2(½mv_2^2)= e^4(mgH)= ½mv_3^2

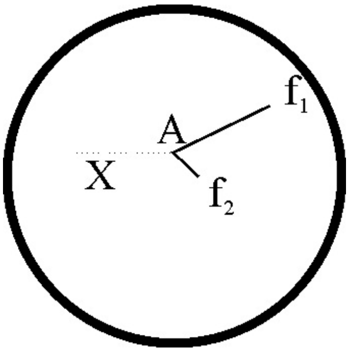
Tercera colisión: e^2 (½mv_3^2)= e^6(mgH) = ½mv_4^2. Cuarta colisión:e^2(½mv_4^2)= e^8(mgH) =½mv_5^2

Quinta colisión: e^2(½mv_5^2)= e^{10}(mgH)= ½mv_6^2=mgH'. Simplificando; H/H' =e^{-10}=$0,8^{-10}$=9,3. La propuesta correcta es la c.

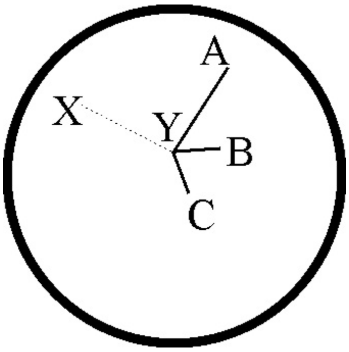


5.50. Un meteorólogo escocés Wilson, descubre al comenzar el siglo XX, que cuando pasa una descarga eléctrica a través de una zona de vapor de agua saturado, en su camino va produciendo núcleos de condensación, pequeñas gotitas perfectamente visibles, y que se pueden fotografiar. Crea así la cámara que lleva su nombre, que desempeñará un papel fundamental en la investigación sobre la estructura atómica, y cuyo desarrollo proporcionará nada menos que 3 Nobel de Física, en 1927, 48 y 60. Teniendo en cuenta que las huellas dependen de la carga y de la masa de las partículas de una reacción nuclear, si en una cámara de Wilson se aprecia el rastro indicado que corresponde a la colisión entre una partícula desconocida X y que no deja huella, con unos núcleos en reposo A, podrás decir que:

a) EL NÚCLEO EN REPOSO SE ROMPE EN DOS FRAGMENTOS DE IGUAL MASA
b) LA COLISIÓN PRODUCIDA FUE COMPLETAMENTE INELÁSTICA
c) LA COLISIÓN ES PERFECTAMENTE ELÁSTICA Y LA PARTÍCULA X REBOTA CON VELOCIDAD DE IGUAL MÓDULO
d) EN LA COLISIÓN EL NÚCLEO A SE FRAGMENTA EN DOS DE MUY DIFERENTE MASA



SOL:
Como los trazos dependen de la masa y de la carga, es de suponer que la masa de los dos fragmentos es diferente, con lo cual la a es incorrecta. Las colisiones entre partículas atómicas o subatómicas siempre se suponen perfectamente elásticas. La c es incorrecta pues X no dejaría huella, y si aparecen huellas, y la única correcta es la c, pues los dos fragmentos f1 y f2, con dos trazos diferentes deben tener distinta masa.



5.51. Cuando la huella en una cámara de Wilson modificada, es más larga y gruesa, indica que la partícula tiene más masa. Si te dan la fotografía de un proceso nuclear que corresponde a la colisión de una partícula invisible X, por no tener carga, con otra mucho más másica Y en reposo, podrás decir de las huellas dadas A, B, y C que:

a) X SE ESCINDIÓ EN TRES FRAGMENTOS
b) DOS DE LOS FRAGMENTOS TIENEN IGUAL MASA Y CARGA
c) LA MASA DE C ES MAYOR QUE LA DE A Y B
d) EN EL PROCESO NO SE CONSERVA LA ENERGÍA NI LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO

SOL:

En el esquema de la cámara de Wilson se aprecian 3 huellas, dos son iguales A y B, y C es mucho mayor, de lo que se deduce que C deberá tener menos masa, pues presenta mucho mayor recorrido, lo que contradice a la opción c. La opción a no se puede considerar ya que de las huellas no se deduce que sea X la partícula que se fragmenta, y tampoco es correcta la d, ya que como se ha dicho antes, las colisiones se suponen elásticas y por lo tanto debe conservarse la energía. La única propuesta correcta es la b.