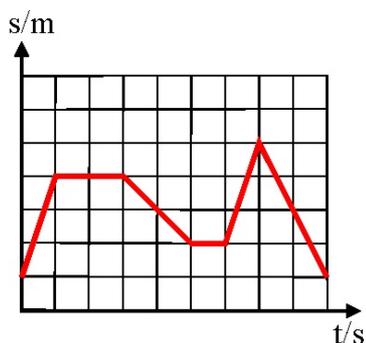


1.3. GRÁFICAS DE MOVIMIENTO



1.3.1.

1.3.1.* El movimiento de una partícula está descrito mediante la gráfica s/t que te dan (cada cuadrado es una unidad en el S.I.). Su observación detallada te permite decir que:

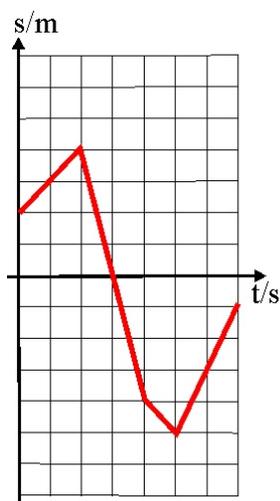
- EN LOS 9 SEGUNDOS RECORRE 12 METROS
- SE PARA AL CABO DE 1 SEGUNDO Y DE 5 SEGUNDOS
- LA VELOCIDAD ESCALAR MEDIA EN LOS NUEVE PRIMEROS SEGUNDOS ES MAYOR QUE LA LLEVADA EN LOS SIETE PRIMEROS
- LA VELOCIDAD MÁXIMA QUE LLEVÓ FUE DE 3 m/s
- EL DESPLAZAMIENTO EFECTUADO FUE EN LOS 9 SEGUNDOS, DE SOLO UN METRO

SOL:

En la gráfica dada, el camino recorrido en los 9s corresponde a 11m, lo que invalida la solución a. Los tramos horizontales corresponden a períodos de tiempo en los que la posición no varía y por lo tanto $v=0$; esto ocurre a $t=1s$ y $t=5s$, que corrobora la respuesta b.

La velocidad escalar media en 9s corresponde al camino recorrido (11m) dividido entre el tiempo (9s); $v=11/9=1,22m/s$, mientras que $v(7s)=8/7=1,14m/s$, por lo tanto, la solución c es correcta.

La v.máxima corresponde a la línea de máxima pendiente que es $3/1=3m/s$, y el desplazamiento, en los 9s, corresponde a la diferencia entre la posición final menos la inicial $=2-1=1m$. Por lo tanto, también son válidas las soluciones d y e.



1.3.2.

1.3.2.* Dada la gráfica s/t referida al movimiento de un peatón, (cada cuadrado es una unidad en el S.I), se podrá sacar las siguientes conclusiones:

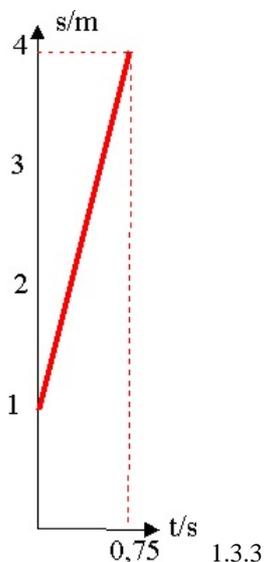
- LA VELOCIDAD MÁXIMA ESCALAR QUE ALCANZÓ FUE DE 3 m/s
- EL VECTOR VELOCIDAD CAMBIA DE SENTIDO A LOS 2 Y A LOS 5 SEGUNDOS
- EL PEATÓN SE PARA DESPUÉS DE RECORRER 5 METROS
- EL DESPLAZAMIENTO EN LOS 7 SEGUNDOS FUE DE 3 METROS
- EL CAMINO TOTAL RECORRIDO FUE DE 15 METROS

SOL:

Por lo dicho en 1.3.1., la v.máxima, línea de máxima pendiente, es $8/2=4m/s$, que invalida la a. Sin embargo la solución b es correcta como se aprecia en la figura, al cambiar de sentido el desplazamiento, también lo hará la v.

No se aprecia que el peatón se pare ya que siempre varía s, al hacerlo t, sin embargo es correcta la d, ya que al tomar las posiciones final e inicial $d=-3m$.

El camino total recorrido al considerar los 7s de movimiento es de 15m. Son correctas las soluciones b, d y e.



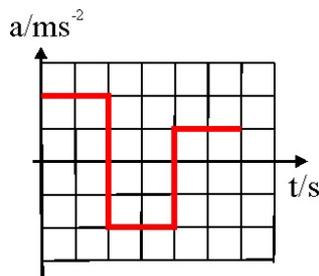
1.3.3

1.3.3. El gráfico de la figura, representa un movimiento uniforme en un diagrama s/t. La ecuación del movimiento que se corresponderá con la figura, en unidades SI, será:

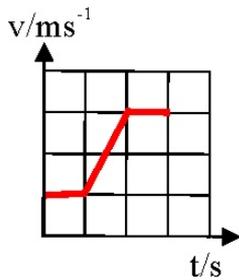
- $s=1+4t$
- $s=1-9t$
- $s=9-2t$
- $s=9-9t/4$
- NINGUNA DE LAS DADAS

SOL:

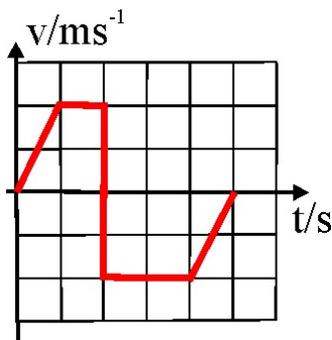
Determinando la ecuación de la recta en la gráfica dada, la pendiente es 4, y $s=1$, para $t=0$, por lo tanto $s=1+4t$, que corrobora la solución a.



1.3.4.



1.3.5.



1.3.6.

1.3.4. Si una partícula se mueve con una aceleración escalar dada por la gráfica de la figura, y sabiendo que para $t=2s$ su velocidad escalar es de $4m/s$, se podrá decir que su velocidad inicial en m/s , será:

- a) 5 b) 0 c) 4 d) 8 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

De la definición de aceleración $a=(v_2-v_1)/t_2-t_1$; $2=(4-v_1)/2, v_1=0$. La correcta es la b.

1.3.5. Si un cuerpo que describe una trayectoria rectilínea, tiene una velocidad que varía con el tiempo según la gráfica que te dan, se podrá asegurar que:

- a) SU VELOCIDAD MÁXIMA ES DE 2 m/s
 b) EL ESPACIO RECORRIDO EN LOS DOS PRIMEROS SEGUNDOS ES DE 2 METROS
 c) SU VELOCIDAD MEDIA EN LOS TRES PRIMEROS SEGUNDOS ES DE 1 m/s
 d) LLEVA SIEMPRE UN MOVIMIENTO ACELERADO
 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Consideraremos velocidades escalares o celeridades. Así, la v . máxima es de 3 m/s, como se puede apreciar en la gráfica. Dado que el valor numérico del espacio es igual al de la superficie determinada por la gráfica de la variación de la velocidad en un determinado intervalo de tiempo, al calcularla descomponiendo la figura, será $1+(3+1).1/2=3m$.

La velocidad escalar media, a partir de su definición = espacio recorrido/tiempo transcurrido sería igual a $(1+2+3)/3=2$ (calculando el espacio recorrido a partir del área abarcada).

También se podría considerar como la semisuma de las velocidades $=(1+3)/2=2m/s$. El movimiento es uniforme en el primer y tercer segundo. Por lo tanto son incorrectas las cuatro primeras opciones y la respuesta es e.

1.3.6. Si la gráfica v/t , referida a un cuerpo que recorre una trayectoria rectilínea, es la que dan, se podrá afirmar que:

- a) EN 5 SEGUNDOS RECORRE 8 METROS
 b) LA MÁXIMA ACELERACIÓN ESCALAR ES DE $3m/s^2$
 c) SU MOVIMIENTO ES SIEMPRE ACELERADO
 d) SU VELOCIDAD MEDIA ES 0
 e) NADA DE LO DICHO

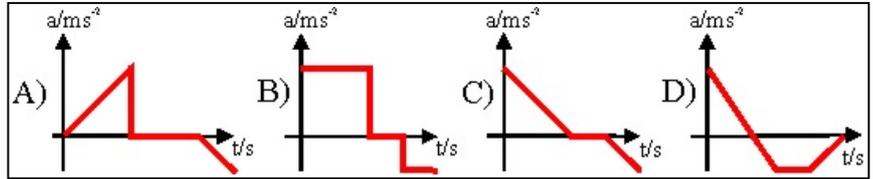
SOL:

Tal como en las cuestiones anteriores, la superficie abarcada en 5s, descomponiendo las figuras determinadas $=1+2+4+1=8m$.

La pendiente de las rectas que especifican el M.U.A. es de $2/1 m/s^2$.

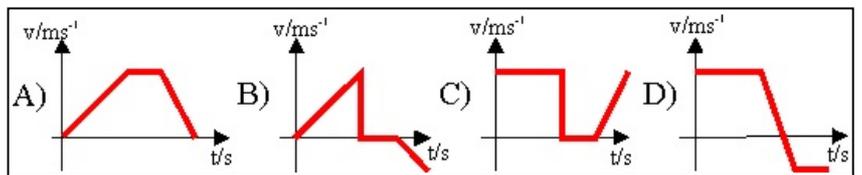
La v . media = (posición a 5s - posición a 0s) / intervalo de tiempo = $-2/5 = -0,4m/s$. La única solución correcta es la a.

1.3.7. Un vehículo, en una pista rectilínea sin rozamiento, es acelerado de una forma constante, durante 10 segundos. Sigue sin aceleración durante 5 segundos, y luego frena de una manera constante hasta parar. De los gráficos a/t dados, el que mejor representa dicho movimiento será el:



- a) A b) B c) C d) D e) NINGUNO

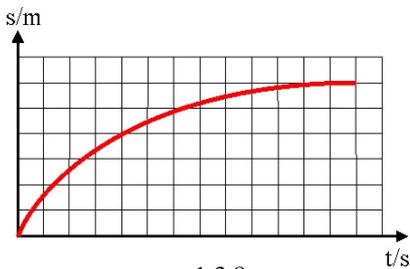
Y si lo expresamos ahora en una gráfica v/t, el que mejor lo justifica, de todos los dados será el:



- a) A b) B c) C d) D e) NINGUNO

SOL:

En la primera serie de gráficas, la única que responde al enunciado es la **b**. Las demás no corresponden a una aceleración constante en el primer tramo. En la segunda serie, la correcta es la gráfica **a**, que determina un M.U.A, M.U y M.U.R. (movimiento uniformemente retardado, $a < 0$)



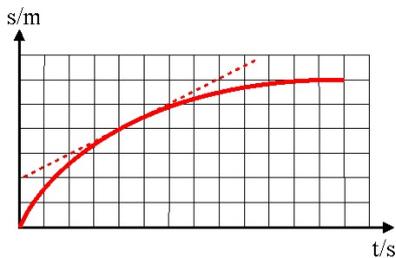
1.3.8.

1.3.8. La velocidad escalar instantánea de un punto móvil, puede conocerse siempre que se disponga de la gráfica s/t de su movimiento, con sólo trazar la tangente a la línea que lo describe, en ese instante. En el caso de la gráfica dada, se podrá asegurar que dicha velocidad a los 4s, será en m/s:

- a) 2 b) 4 c) 1 d) 8 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Calculando la tangente, a partir del triángulo formado, $h/b = 4/8 = 0,5$ m/s, que corresponde a la solución **e**.



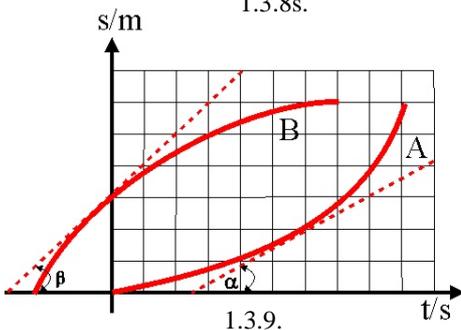
1.3.8s.

1.3.9.* Dos móviles A y B, tienen ecuaciones horarias, representadas en la figura. De su observación detallada se podrá concluir que:

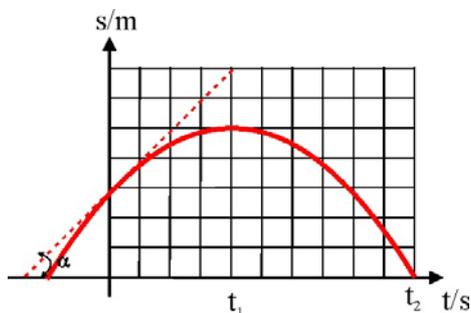
- a) A Y B DESCRIBEN UN MUA
 b) LA VELOCIDAD ESCALAR DE A, PARA $t=t_1$, ES IGUAL A LA TANGENTE DE "
 c) A TIENE VELOCIDAD INICIAL Y B NO LA TIENE
 d) LA VELOCIDAD INICIAL DE B = $\tan \beta$
 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Dado que las gráficas corresponden a ramas de parábola $s=f(t^2)$, por lo tanto es correcta la solución **a**, así como la **b**, por la propia definición de v . instantánea. Es incorrecta la **c**, y válida la **d**, pues para $t=0$, la tangente es la v . inicial, que se opone a la anterior solución.



1.3.9.



1.3.10

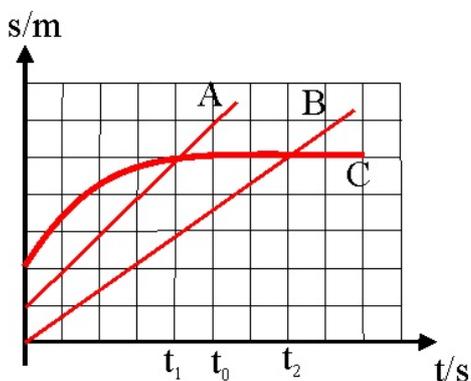
1.3.10.* Del estudio de la gráfica s/t que se da, cabe predecir que el móvil cuyo movimiento se representa:

- a) TIENE VELOCIDAD 0 EN t_2
- b) TIENE ACELERACIÓN 0 EN t_1
- c) TIENE VELOCIDAD 0 EN t_1
- d) SU POSICION INICIAL SERÁ IGUAL A LA \tan''
- e) SU VELOCIDAD INICIAL SERÁ IGUAL A LA \tan''

SOL:

En t_2 , el móvil llega al suelo $s=0$, con una determinada v .final, mientras que en t_1 , la $v=0$, ya que a partir de ese instante cambia el sentido su desplazamiento, debido a que a tiene sentido contrario a v inicial, ya que la gráfica corresponde a una función $s=b+v_0t-at^2/2$.

El espacio inicial, corresponde a $t=0$, y es b , mientras que la tangente a la curva para $t=0$, será la velocidad instantánea, o sea la inicial. Por lo tanto sólo son correctas las soluciones c y d.



1.3.11

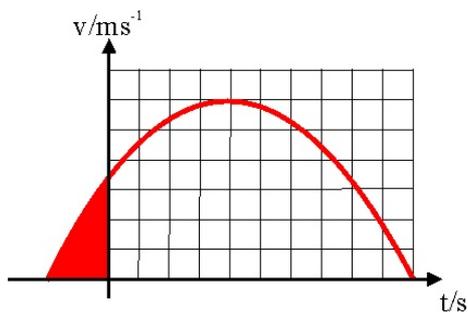
1.3.11. Del estudio de la gráfica s/t de tres móviles A, B y C, cabría interpretar que:

- a) EL MÁS RÁPIDO ES EL A
- b) EL UNICO ACELERADO ES EL C
- c) LA VELOCIDAD DE B ES MAYOR QUE LA DEL A
- d) C SE PARA EN $t=t_0$
- e) A SE ENCUENTRA CON C ANTES QUE B

SOL:

La solución a y c, son excluyentes entre sí, y dado que v es la pendiente en gráficas s/t, la de $A > B$, por lo que será correcta la a. A y B, presentan un movimiento uniforme ya que $s=f(t)$, y sólo C, hasta t_0 , es un MUA ya que $s=f(t^2)$.

El móvil C, a partir de t_0 , no modifica su posición, por lo tanto está parado, y es válida la respuesta d. También lo es la e, pues gráficamente se aprecia que $t_2 > t_1$.



1.3.12

1.3.12.* El gráfico dado representa la variación de la velocidad de un móvil con el tiempo, que está en reposo en su posición inicial. Su examen detallado permitirá decir que:

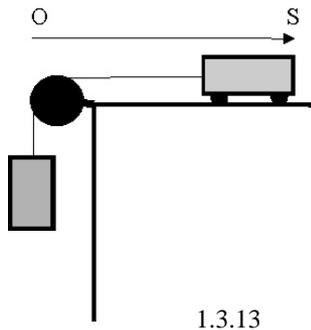
- a) EL MÓVIL LLEVA UN MOVIMIENTO VARIADO
- b) EL MÓVIL LLEVA PRIMERO UN M.U.A Y LUEGO UN M.U.R
- c) LA SUPERFICIE RAYADA REPRESENTA LA VELOCIDAD INICIAL DE DICHO MÓVIL
- d) LA SUPERFICIE RAYADA REPRESENTA EL ESPACIO INICIAL DE DICHO MÓVIL
- e) EN EL INSTANTE EN EL QUE SE CONTABILIZA LA MITAD DEL TIEMPO LA VELOCIDAD ALCANZADA ES MÁXIMA

SOL:

La gráfica presentada es una parábola $v=f(t^2)$, corresponde a un movimiento variado, que corrobora la solución a y anula la b.

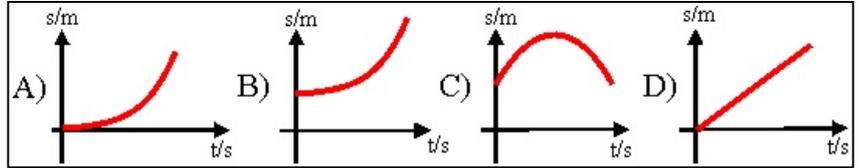
La v . inicial corresponde a la ordenada para $t=0$, y la superficie será el espacio inicial, que invalida la respuesta c y reafirma la d.

La simple observación de la gráfica, permite concluir que para $t=t_1/2$, la mitad de la abscisa positiva, y en ese valor v no es máxima, lo que invalida la propuesta e.

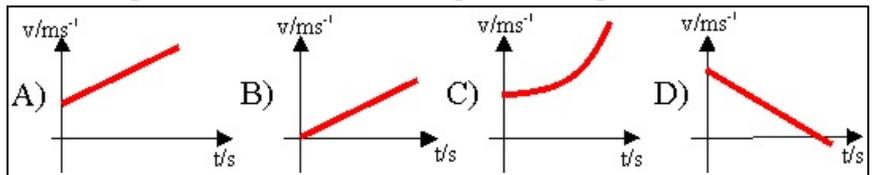


1.3.13

1.3.13. Si en la experiencia del montaje de la figura, empujas el carro hacia la derecha, hasta adquirir una velocidad v_0 , la gráfica s/t que mejor representa su movimiento, a partir de ese instante, considerando que no existe rozamiento con el suelo, será de todas las dadas, la:



- a) A b) B c) C d) D
 mientras que la de su v/t , vendría representada por la:



- a) A b) B c) C d) D

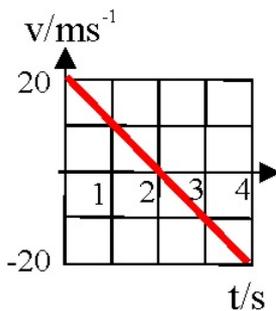
SOL:

El movimiento que se describe presenta una determinada posición inicial, tomada como positiva a partir del origen O, que corresponde al desplazamiento previo del móvil hacia la derecha. La velocidad inicial que tiene en ese instante v_0 , tiene el mismo sentido que el desplazamiento OS, y contrario a la aceleración a, que se puede calcular suponiendo M_1 y M_2 las masas del colgante y del vehículo. Por acción del campo gravitatorio, sobre el colgante, $a = -gM_1/(M_1+M_2)\mathbf{j}$. Por lo tanto las ecuaciones que describen el movimiento serán:

$s = s_0 + v_0t - at^2/2$ (parábola convexa con concavidad hacia arriba, $a < 0$) con vértice en el primer cuadrante como se demostró en la cuestión 1.2.51) y $v = v_0 - at$ (recta con pendiente negativa), que son las funciones a representar.

En el primer caso, la gráfica que así lo indica es la c.

En una gráfica v/t , como la función a representar es $v = v_0 - at$, y la que así lo indica es la d.



1.3.14

1.3.14. Dada la gráfica velocidad/tiempo de un cuerpo que se lanzó verticalmente hacia arriba, se podrá afirmar que:

- a) SU ACELERACIÓN CAMBIA DE SENTIDO A LOS 2 SEGUNDOS
 b) LA ALTURA MÁXIMA SE ALCANZA A LOS 2 SEGUNDOS
 c) EL CAMINO RECORRIDO POR EL MÓVIL EN 3 SEGUNDOS FUE DE 30 METROS
 d) LA MÁXIMA ALTURA ALCANZADA FUE DE 20 METROS
 e) A LOS 4 SEGUNDOS LLEGA AL SUELO

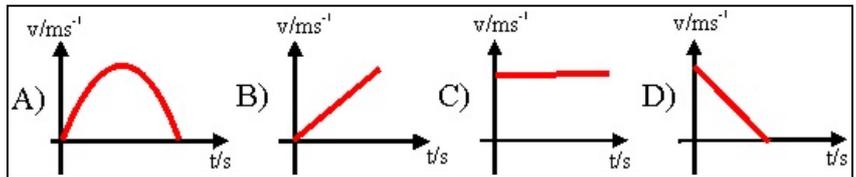
SOL:

Al cambiar de signo v , para $t=2s$, cambia vectorialmente de sentido, pero a no lo hace pues es g , que invalida la solución a.

La función representada es del tipo $v = v_0 - at$, que corresponde a un MUR. En este caso la altura máxima supone el área abarcada hasta $t=2$, o sea 20 m, que confirma la b y d. El área abarcada en 3s supone 25m y no 30m, lo cual anula la c.

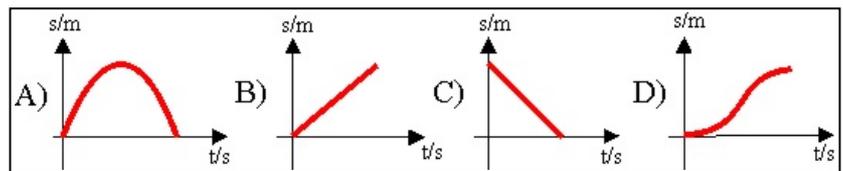
A los 4 segundos, 2 de subida y 2 de bajada, el cuerpo vuelve al suelo, lo que confirma la solución e.

1.3.15. Si lanzamos una piedra hacia arriba con una determinada velocidad inicial, el gráfico v/t que mejor representa dicho movimiento de todos los dados es el:



- a) A b) B c) C d) D

Y el que representa mejor la posición de la piedra será el:

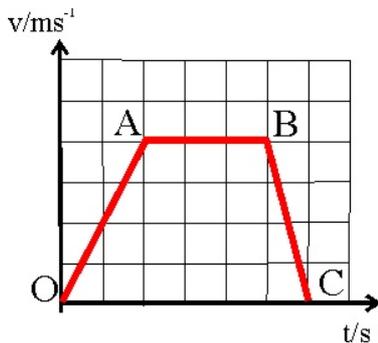


- a) A b) B c) C d) D

SOL:

Las funciones a representar son $v=v_0-at$ (I) y $s=v_0t-at^2/2$ (II), que corresponde a las gráficas d en la primera (única que corresponde a una recta con pendiente negativa) y a en la segunda (una parábola).

1.3.16. En el siguiente gráfico viene representado un movimiento uniforme en:



1.3.16

- a) EL TRAMO OA b) EL TRAMO AB c) EL TRAMO BC

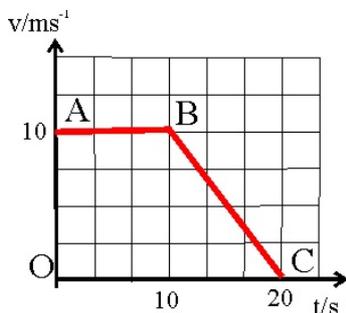
SOL:

Un movimiento uniforme se caracteriza porque el módulo de la velocidad permanece constante. Por tanto, el valor de v (en ordenadas) debe ser el mismo en el transcurso del tiempo. En la gráfica sólo ocurre esto en el tramo AB y por ello la opción correcta es la b.

En el tramo OA la velocidad aumenta uniformemente con el tiempo y corresponde a un movimiento uniformemente acelerado.

En el tramo BC, la velocidad disminuye uniformemente con el tiempo y se corresponde con un movimiento uniformemente retardado.

1.3.17. Dada una gráfica adjunta se deduce que:



1.3.17

- a) EN EL TRAMO AB EL MOVIL ESTÁ PARADO
 b) EN EL TRAMO BC LA ACELERACIÓN ES 1 m/s^2
 c) EL ESPACIO RECORRIDO EN EL TRAMO BC ES DE 50m
 d) EN EL TRAMO BC EL MOVIMIENTO ES UNIFORME
 e) EN EL TRAMO AB EL MOVIMIENTO ES UNIFORMEMENTE ACELERADO

Indica la respuesta correcta.

SOL:

La opción a es falsa ya que en el tramo AB, la velocidad es constante e igual a 10 m/s.

La opción b es falsa ya que la aceleración en BC es:

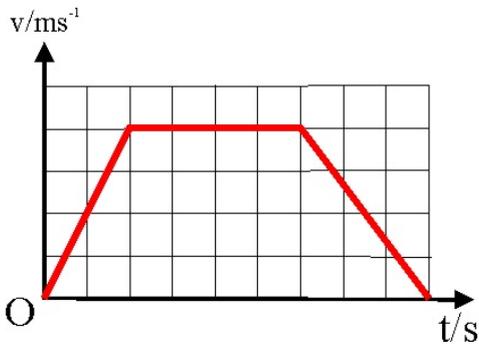
$$a = (v_{\text{final}} - v_{\text{inicial}}) / (t_{\text{final}} - t_{\text{inicial}}) = ((0 - 10) \text{ m/s}) / (20 - 10) \text{ s} = -1 \text{ m/s}^2$$

El camino recorrido en el tramo BC viene medido por el área del triángulo cuyos vértices son (10, B, 20) y cuyo valor es:

$$s = ((20 - 10) * 10) / 2 = 50 \text{ m}$$

la opción c es cierta.

La opción d es falsa pues hemos visto que en el tramo BC existe aceleración y e también es falsa pues en el tramo AB la velocidad es constante y por tanto es un movimiento uniforme.



1.3.18. Un móvil recorre una distancia de acuerdo con las variaciones de la velocidad indicadas en el gráfico adjunto. Esta distancia es:

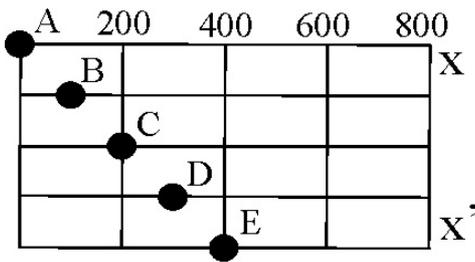
- a) 6m b) 16m c) 26m d) 36m e) 46m

SOL:

El área comprendida entre la gráfica de la velocidad y el eje de los tiempos corresponde al camino recorrido por el móvil. La figura geométrica corresponde a un trapecio cuya área es la semisuma de las bases por la altura:

$$s = \frac{(9+4)}{2} \cdot 4 = 26\text{m.}$$

La opción correcta es la c.



1.3.19. En la figura, A, B, C y D son cinco móviles situados en las posiciones indicadas en un determinado instante. Las velocidades de los cinco móviles están dirigidas hacia la derecha y sus valores son $V_A=16$ m/s, $V_B=15$ m/s, $V_C=14$ m/s, $V_D=10$ m/s y $V_E=7$ m/s. Si los móviles se pueden mover a lo largo de las rectas que los contienen y si sus velocidades se mantienen constantes, dos de esos móviles llegan al mismo tiempo a XX' , estos son:

- a) A y B b) B y C c) C y E
d) A y D e) A y E

SOL:

El movimiento de los cinco móviles es rectilíneo y uniforme. La ecuación del movimiento es: $v = \frac{s}{t}$ o $t = \frac{s}{v}$.

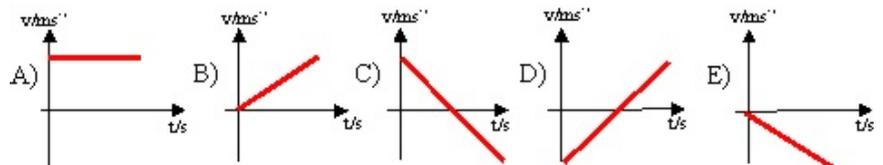
Aplicando la ecuación anterior para cada uno de los cinco móviles:

$$A) t = \frac{(800-0)}{16\text{s}} = 50\text{s} \quad B) t = \frac{(800-100)}{15\text{s}} = 47,7\text{s}$$

$$D) t = \frac{(800-300)}{10\text{s}} = 50\text{s} \quad E) t = \frac{(800-400)}{7\text{s}} = 57,1\text{s}$$

Los dos móviles que llegan al mismo tiempo son el A y el D, la opción correcta es la d.

1.3.20. Una de las siguientes representaciones gráficas no corresponde a un movimiento uniformemente variado:



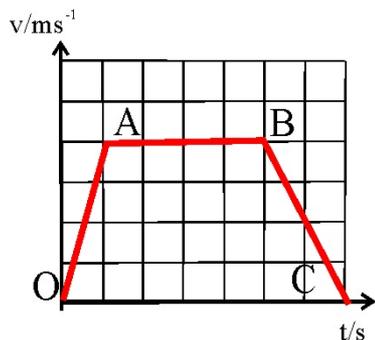
- a) A b) B c) C d) D e) E

SOL:

En un movimiento uniformemente variado la ecuación $v=f(t)$ es del tipo $v=v_0+at$ (1) siendo v_0 la velocidad inicial, esto es, la velocidad del móvil en el instante $t=0$, a es la aceleración que puede tomar valores positivos y negativos, t es la variable tiempo.

La ecuación (1) es de primer grado y gráficamente corresponde a una línea recta que pasa por el origen de coordenadas cuando $v_0=0$ y de pendiente positiva cuando a es positiva. Esta circunstancia corresponde a la opción b. Cuando a es negativa y $v_0>0$ la ecuación (1) representa la gráfica de la opción c. Si a es positiva y $v_0<0$ es la opción d. Cuando a es negativa y $v_0=0$ es la opción e.

La opción a corresponde a un movimiento con velocidad constante y por tanto con $a=0$, esto es, un movimiento uniforme. La solución de la prueba es a.



1.3.21. Dado el movimiento representado en la figura adjunta es cierto que:

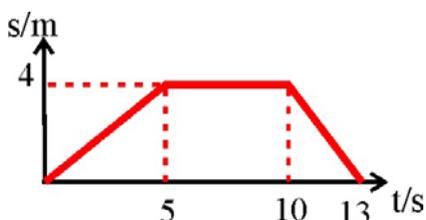
- a) EN EL TRAMO OA EL MÓVIL SE MUEVE CON VELOCIDAD UNIFORME
- b) EN EL TRAMO AB EL MÓVIL NO SE MUEVE
- c) EN EL INSTANTE C EL MÓVIL ESTÁ QUIETO
- d) EN EL TRAMO BC EL MÓVIL POSEE ACELERACIÓN POSITIVA
- e) LA VELOCIDAD ES CONSTANTE EN TODO EL TRAYECTO

Indica la opción cierta y por qué desechas las demás.

SOL:

OA corresponde a un movimiento uniformemente acelerado, AB a uno uniforme y BC a uno uniformemente retardado (aceleración negativa).

Se deduce que sólo es cierta la opción c pues en ese instante la velocidad del móvil es cero.



1.3.22. Dado el móvil cuyo movimiento es representado en la figura adjunta, es falso que:

- a) EN EL TRAMO OA TIENE VELOCIDAD $4/5 \text{ ms}^{-1}$
- b) EN EL TRAMO AB SU VELOCIDAD ES DE $4/(10-5) \text{ m/s}$
- c) EN EL TRAMO BC LA VELOCIDAD ES DE $-4/(13-10) \text{ m/s}$
- d) LA ACELERACIÓN ES NULA EN EL TRAMO AB
- e) NO HAY ACELERACIÓN EN EL TRAMO OA Y TAMPOCO EN EL TRAMO BC

SOL:

En el tramo OA la velocidad es constante ya que la gráfica posición-tiempo es una línea recta.

$$v = (s_A - s_O) / (t_A - t_O) = (4 - 0) / (5 - 0) = 4/5 \text{ m/s}$$

La opción a es correcta.

En el tramo AB la velocidad es:

$$v = (s_B - s_A) / (t_B - t_A) = (4 - 4) / (10 - 5) = 0 \text{ m/s}$$

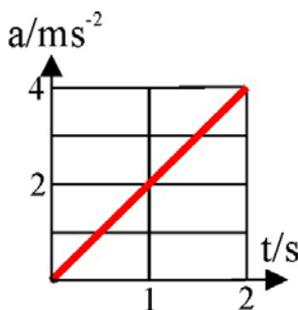
Por tanto, b es falsa y es la opción que debemos elegir como opción de la prueba.

Comprobemos que el resto de las opciones son correctas.

$$v = (s_C - s_B) / (t_C - t_B) = (0 - 4) / (13 - 10) = -4 / (13 - 10) \text{ m/s}$$

El tramo AB se caracteriza porque su velocidad es nula: el móvil está parado y por consiguiente no tiene aceleración.

Los tramos OA y BC corresponden a movimientos uniformes y en ellos no hay aceleración.



1.3.23. La gráfica aceleración/tiempo de un móvil es la indicada. Si el móvil tiene una velocidad inicial de $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ en el tiempo cero, la expresión de la velocidad en ms^{-1} es:

- a) $v = 8 + t$
- b) $v = 8 + t^2$
- c) $v = 8 + t^3$
- d) $v = 8 + t/2$

SOL:

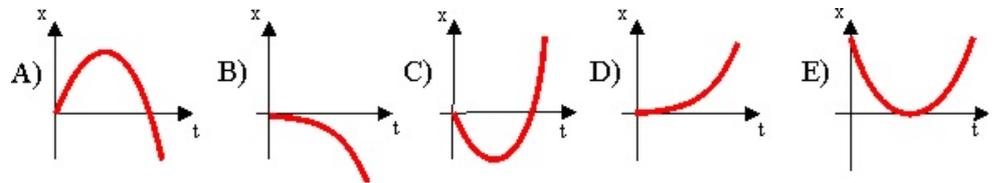
De la gráfica se deduce que la ecuación que relaciona la aceleración con el tiempo es del tipo $a = kt$, una ecuación de primer grado que corresponde a una línea recta, siendo k una constante que es la pendiente de la recta. Para $t = 2\text{s}$, $a = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

$$a = kt; 4 = k \cdot 2; k = 2 \text{ m/s}^3$$

Recordando que $a = dv/dt$, podemos escribir: $v = \int a \cdot dt = \int 2t dt = 2t^2/2 + Cte$, para $t = 0$, $v = 8 \text{ m/s}$, por lo que $v = 8 + t^2$.

La opción correcta es b

1.3.24. Un móvil está dotado en el instante $t=0$ de una velocidad $\mathbf{v}=4\mathbf{i}$ y una aceleración $\mathbf{a}=-5\mathbf{i}$ (la cual se mantiene constante). La gráfica posición-tiempo del móvil, suponiendo que cuando $t=0$, $x=0$, es:



- a) A b) B c) C d) D e) E

SOL:

Recordemos que:

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt; \mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt.$$

Podemos escribir: $d\mathbf{v} = \mathbf{a} dt; \mathbf{v} = \int (-5\mathbf{i}) dt = -5\mathbf{i}t + \mathbf{C}$
cuando $t=0$, $\mathbf{C} = (\mathbf{v})_{t=0} = 4\mathbf{i}$, $\mathbf{v} = -5\mathbf{i}t + 4\mathbf{i}$

También podemos deducir que:

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt; \mathbf{r} = \int (-5\mathbf{i}t + 4\mathbf{i}) dt = (-5t^2/2)\mathbf{i} + 4\mathbf{i}t + \mathbf{C}'$$

cuando $t=0$, $x=0$, esto es, $\mathbf{r}=0$, luego $\mathbf{C}'=0$

finalmente $\mathbf{r} = 4\mathbf{i}t - 2,5t^2\mathbf{i} = (4t - 2,5t^2)\mathbf{i}$

Observemos que el desplazamiento se verifica a lo largo del eje X y para $t=0$, $\mathbf{r}=0$ y en consecuencia $x=0$. Descartamos la opción e.

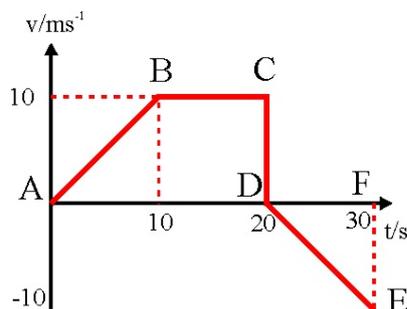
El módulo del vector \mathbf{r} es:

$$r = \sqrt{(4t - 2,5t^2)^2} = 4t - 2,5t^2 = x$$

La gráfica corresponde a una ecuación de segundo grado, podemos ver la forma de ella dando valores a la variable t en la expresión anterior:

t	0	0,5	0,8	1,0	1,6	2,0
x	0	1,38	1,60	1,50	0	-2,0

Los valores de x son primero positivos y aumentan, luego disminuyen, pasan por el valor cero y se hacen negativos, esto se corresponde con la gráfica A.



1.3.25. En un móvil cuyo movimiento viene representado en el gráfico $v-t$ adjunto, la longitud recorrida a los 30 segundos es:

- a) EL ÁREA COMPRENDIDA EN EL TRAPEZIO ABCD
b) EL ÁREA COMPRENDIDA EN EL TRIÁNGULO DFE
c) ÁREA ABCD - ÁREA DFE
d) $[(20+10)/2] \cdot 10 + [(30-20)/2] \cdot 10$ m
e) NADA DE LO DICHO

SOL:

En el tramo AB el móvil está dotado de un movimiento uniformemente acelerado, en el que:

$$a = (10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})/10\text{s} = 1 \text{ m/s}^2$$

En el tramo BC, la velocidad permanece constante, por tanto el móvil lleva un movimiento uniforme de velocidad $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

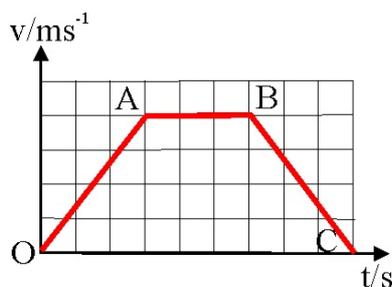
En el tramo DE el móvil se desplaza en sentido contrario al anterior, es decir, retrocede, con movimiento uniformemente acelerado:

$$a = (-10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})/10\text{s} = -1 \text{ m/s}^2$$

El camino total recorrido por el móvil viene dado por la suma de las áreas del trapezio ABCD y del triángulo DFE:

$$((20+10)/2)10 + ((30+20)/2)10 = 200 \text{ m.}$$

La opción correcta es la d.



1.3.26. En el movimiento representado en la figura adjunta, la aceleración en el tramo OA:

- ES IGUAL A LA ACELERACIÓN EN EL TRAMO BC
- ES $4/3 \text{ m/s}^2$
- ES MENOR QUE EN AB
- ES $3/4 \text{ m/s}^2$
- ES DE SIGNO CONTRARIO A LA ACELERACIÓN EN EL TRAMO BC, PERO EL VALOR DEL MÓDULO ES MAS PEQUEÑO

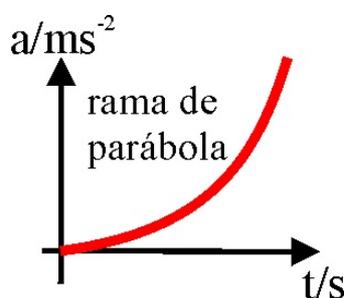
SOL:

La opción a es falsa ya que la aceleración en OA es positiva (aumenta la velocidad) y en BC negativa (disminuye la velocidad), siendo el valor numérico de ambas iguales. De la figura se deduce:

$$\text{Tramo OA} \quad a = (v_A - v_O) / (t_A - t_O) = (4 - 0) / (3 - 0) = 4/3 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Tramo BC} \quad a = (v_C - v_B) / (t_C - t_B) = (0 - 4) / (9 - 6) = -4/3 \text{ m/s}^2$$

La opción correcta es b.



1.3.27. La gráfica aceleración-tiempo para un móvil es la representada en la figura. El móvil tiene una velocidad inicial, v_0 . Luego:

- EL MOVIMIENTO ES UNIFORMEMENTE ACELERADO
- LA VELOCIDAD DEL MÓVIL ESTARÁ EXPRESADA POR $v = v_0 + kt$, SIENDO k UNA CONSTANTE
- LA VELOCIDAD DEL MÓVIL SERÁ $v = v_0 + kt^3$, SIENDO k UNA CONSTANTE
- LA VELOCIDAD DEL MÓVIL ES CONSTANTE
- NADA DE LO DICHO

SOL:

La ecuación de la rama de parábola es $a = k_1 t^2$ y teniendo en cuenta la relación entre la velocidad y la aceleración podemos escribir:

$$v = \int a dt = \int k_1 t^2 dt = (k_1 t^3) / 3 + Cte = kt^3 + Cte$$

$$\text{para } t=0, v=v_0 \text{ por lo que } v=v_0+kt^3.$$

La opción correcta es c.

1.3.28. La gráfica aceleración-tiempo de un cierto movimiento, está representada en la figura adjunta. A la vista de ella se puede deducir:

- EL MOVIMIENTO ES UNIFORME
- EL MOVIMIENTO ES UNIFORMEMENTE ACELERADO
- EL MOVIMIENTO ES UNIFORMEMENTE RETARDADO
- EL MOVIMIENTO ES ACELERADO
- EL MOVIMIENTO ES CIRCULAR

SOL:

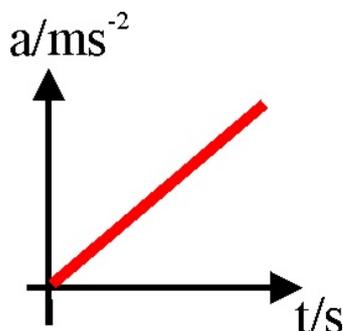
De la representación gráfica se deduce que existe proporcionalidad directa entre la aceleración y el tiempo, matemáticamente $a = kt$.

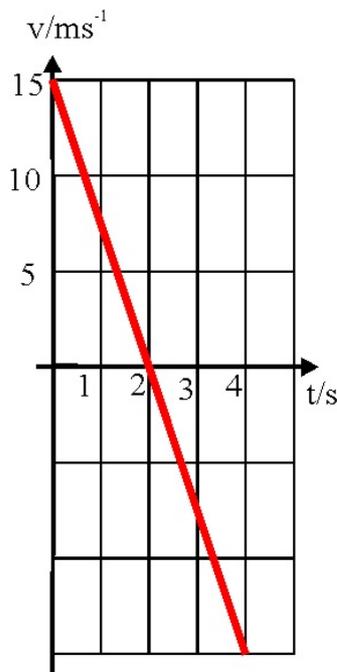
a es falsa pues en un movimiento uniforme no existe aceleración.

La característica de un movimiento uniformemente acelerado es que la aceleración es constante, esto es independiente del tiempo. Las opciones b y c son inadecuadas.

En cuanto a d la opción es cierta ya que se trata de un movimiento acelerado ya que al decir acelerado sólo indicamos que existe esa magnitud sin detallar cuál es su relación con el tiempo.

En cuando a e no podemos deducir de la gráfica que se trate de un movimiento circular.





1.3.29. La gráfica velocidad-tiempo de un móvil que recorre una trayectoria rectilínea está representada en la figura. De la información contenida en ella se puede deducir todo lo siguiente menos una afirmación. Señala cual:

- a) EL MÓVIL ESTA ANIMADO DE UN MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE VARIADO
- b) ENTRE 0 Y 2 SEGUNDOS EL VECTOR VELOCIDAD Y ACELERACIÓN TIENEN SENTIDOS OPUESTOS
- c) ENTRE 2 Y 4 SEGUNDOS EL VECTOR VELOCIDAD Y ACELERACIÓN TIENEN EL MISMO SENTIDO
- d) AL CABO DE CUATRO SEGUNDOS, EL MÓVIL PASA POR LA POSICIÓN QUE TENÍA EN EL TIEMPO $t=0$
- e) LA LONGITUD DE LA TRAYECTORIA RECORRIDA A LOS DOS SEGUNDOS ES NULA

SOL:

Al ser la gráfica de la velocidad frente al tiempo una línea recta, se deduce que ambas magnitudes están relacionadas por una ecuación de primer grado de la forma $v=mt+b$, siendo m la pendiente y b la ordenada en el origen.

Ambos valores se pueden calcular sustituyendo los correspondientes valores de v y t leídos directamente en la gráfica: $0= m\cdot 2+b$; $15= m\cdot 0+b$

Resolviendo el sistema resulta: $b=15$ y $m=-7,5$, por lo que la ecuación es: $v=15-7,5t$.

Analicemos las opciones una a una.

La opción a es cierta ya que la ecuación $v=15-7,5t$ nos dice que se trata de un movimiento uniformemente variado siendo la aceleración del mismo $7,5m\cdot s^{-2}$.

La opción b es cierta ya que entre 0 y 2 segundos la velocidad es positiva y la aceleración negativa, o lo que es lo mismo en un movimiento rectilíneo unidimensional equivale a que ambos vectores tengan sentidos opuestos.

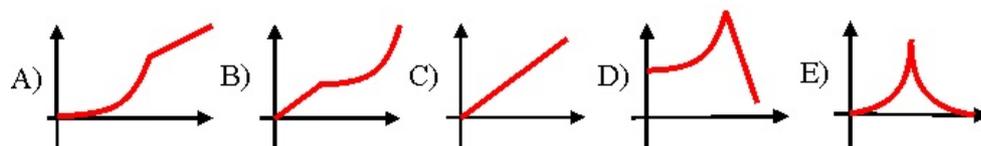
La opción c es cierta. Tanto la velocidad como la aceleración tienen valores negativos, es decir, son vectores que tienen el mismo sentido.

La ecuación que nos da las posiciones frente al tiempo es: $x=x_0+15t-1/2at^2$ para $t=0$, la posición del móvil es $x=x_0$

Para $t=4$ segundos $x=x_0+15\cdot 4-(1/2)\cdot 7,5\cdot 4^2=x_0$, por tanto a los cuatro segundos el móvil tiene la misma posición que cuando $t=0$. La opción d es verdadera.

La longitud recorrida a los dos segundos no es nula, ya que $x-x_0=15\cdot 2-(1/2)\cdot 7,5\cdot 2^2=15m$, luego la opción e no puede deducirse.

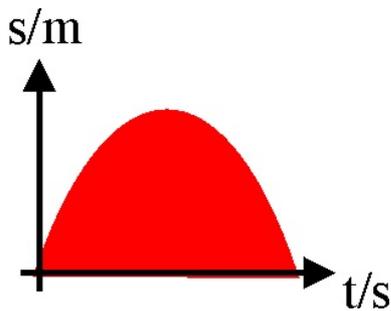
1.3.30. Un móvil dotado de una cierta velocidad $+v_0$ y aceleración constante $+a$, recorre una trayectoria rectilínea, luego alcanzada una cierta velocidad sigue con movimiento uniforme. La gráfica espacio (eje Y) frente a tiempo (eje X) del móvil es:



- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

SOL:

Si el móvil lleva una velocidad v_0 y una aceleración constante a , se desplaza dotado con un movimiento uniformemente acelerado, la correspondiente gráfica posición-tiempo es una parábola, si a continuación lo hace con movimiento uniforme la gráfica es una línea recta. De las opciones propuestas, la que cumple estas condiciones es la a.



1.3.31. Ante la gráfica adjunta podemos decir todo lo siguiente excepto:

- a) PUEDE REPRESENTAR EL MOVIMIENTO DE UN CUERPO QUE SE LANZA HACIA ARRIBA CON VELOCIDAD INICIAL v_0 Y QUE LUEGO VUELVE A CAER
- b) LA VELOCIDAD DEL MÓVIL CAMBIA DE SIGNO DURANTE EL MOVIMIENTO
- c) REPRESENTA EL MOVIMIENTO DE UN MÓVIL QUE EN TODO MOMENTO ESTÁ SOMETIDO A UNA ACELERACIÓN CONSTANTE
- d) EL ÁREA DE LA SUPERFICIE RAYADA REPRESENTA EL ESPACIO RECORRIDO POR EL MÓVIL AL CABO DE UN TIEMPO t

SOL:

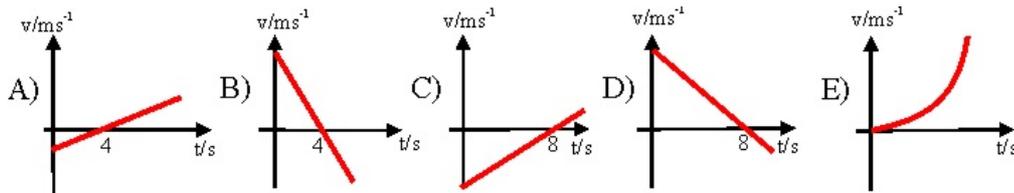
La opción a es correcta ya que un móvil lanzado verticalmente hacia arriba alcanza una altura máxima al cabo de un tiempo y vuelve a pasar por la posición inicial cuando haya transcurrido un tiempo igual al de subida.

La opción b es correcta ya que al subir, el vector velocidad está dirigido verticalmente hacia arriba y luego al bajar tiene la misma dirección vertical pero hacia abajo, esto significa en un movimiento unidimensional un cambio de signo.

La opción c es verdadera ya que el móvil está sometido en todo momento a una aceleración constante en módulo, dirección y sentido.

La última opción, la d, es falsa ya que el camino recorrido se deduce a partir del área comprendida entre la gráfica de la velocidad y el tiempo, pero no del área entre la posición y el tiempo.

1.3.32. La gráfica posiciones de un móvil que recorre una trayectoria rectilínea frente al tiempo es la representada en la figura adjunta. La gráfica velocidad-tiempo para dicho móvil es:



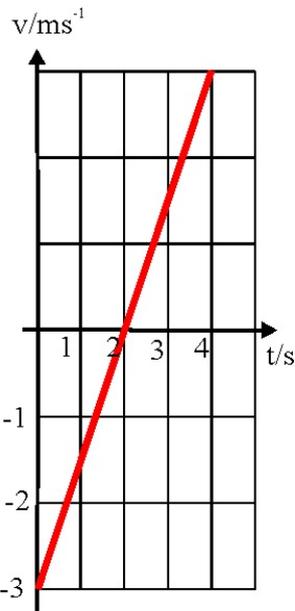
- a) A
- b) B
- c) C
- d) D
- e) E

SOL:

En la gráfica se observa que entre $t=0$ y $t<4$ segundos, las pendientes de las rectas tangentes a la parábola en cualquier punto tienen valores negativos, esto es, la velocidad es negativa. Para $t=4$ segundos la recta tangente es horizontal y por tanto, $v=0$. Entre $t>4$ y $t=8$ las pendientes de las rectas tangentes son positivas, o lo que es lo mismo, la velocidad es positiva.

Al ser s frente a t una parábola, la ecuación matemática entre s y t es de segundo grado y corresponde a un movimiento uniformemente variado.

La gráfica $v-t$ es de primer grado y corresponde a una línea recta, con valores negativos entre $t=0$ y $t<4$ segundos, nulo en $t=4$ segundos y positivos para $t>4$ segundos. La única gráfica que cumple todas las condiciones es la A.



1.3.33. La gráfica velocidad-tiempo de un móvil es la dibujada. A partir de la misma se deduce que la ecuación s-t (siendo $s_0=0$; $t=0$) es:

- a) $s=3t+1/2(-3/2)t^2$ b) $s=-3t+1/2(+3/2)t^2$ c) $s=-3t+1/2(2)t^2$
 d) $s=-3t+1/2(-2/3)t^2$ e) $s=-3t+1/2(-2)t^2$

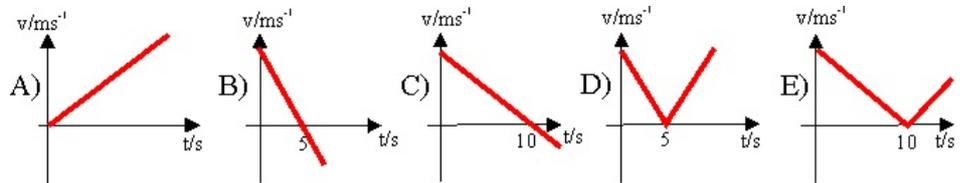
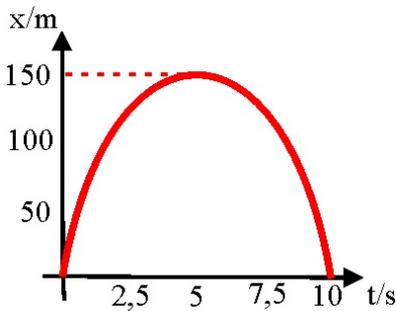
SOL:

Al ser v frente a t una línea recta, se trata de un movimiento uniformemente variado. La velocidad inicial es -3 m/s. La aceleración del movimiento se deduce de la pendiente de la recta:

$$tg'' = (v_2 - v_0) / (t_2 - t_0) = [0 - (-3)] / (2 - 0) = 3/2. \text{ La aceleración es } 3/2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

La ecuación posición-tiempo es $s = v_0 t + (1/2) a t^2 = -3t + (1/2) \cdot (3/2) t^2$, que corresponde a la opción b.

1.3.34. La gráfica posiciones de un móvil frente a tiempo está representada en la figura adjunta. La trayectoria recorrida por el móvil es rectilínea. De la anterior información puedes deducir que la gráfica velocidad-tiempo es:



- a) A b) B c) C d) D e) E

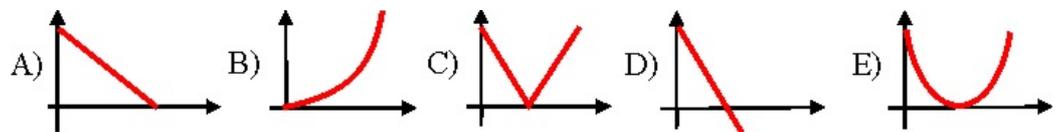
SOL:

La gráfica nos indica que el móvil parte de la posición $x=0$ y vuelve a ella cuando $t=10$ segundos. El valor máximo de x corresponde a $t=5$ s.

De la gráfica se puede deducir que entre $t=0$ y $t<5$ s la velocidad tiene signo positivo, por ser las pendientes de las rectas tangentes a la curva también positivas, que para $t=5$ s es nula (tangente horizontal), y para $t>5$ es negativa.

La opción que cumple todas las condiciones es la b.

1.3.35. Se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba. La gráfica que mejor representa la velocidad (eje Y) frente al tiempo (eje X) es:



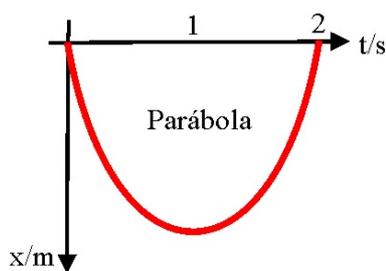
- a) A b) B c) C d) D e) E

SOL:

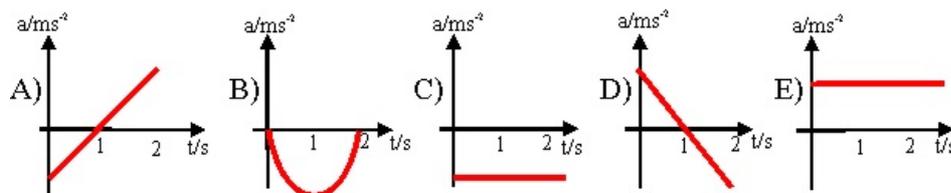
Si se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba, su velocidad disminuye linealmente con el tiempo y se anula cuando alcance la altura máxima. A partir de ese instante su velocidad aumenta en módulo.

En la subida, el vector velocidad está dirigido hacia arriba y en la bajada tiene dirección vertical pero sentido hacia abajo.

Si se toma como referencia el eje Z, en la subida la velocidad tiene sentido positivo y negativo en la bajada. La opción correcta es d.



1.3.36. La gráfica posición-tiempo de un móvil es la adjunta. De la misma puede deducirse que la gráfica aceleración-tiempo es:



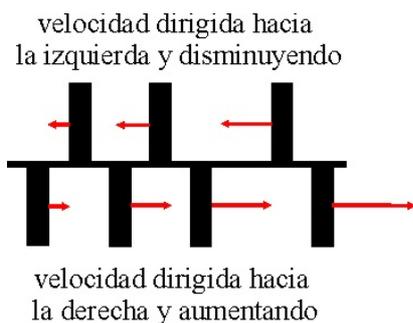
- a) A b) B c) C d) D e) E

SOL:

Al ser la gráfica s-t una parábola, x está ligado con t por medio de una ecuación de segundo grado, el movimiento es uniformemente variado. La velocidad está relacionada con la variable t por una ecuación de primer grado y la aceleración es independiente de t, o sea, constante. De todo lo anterior se deduce que las únicas soluciones posibles son la c o e.

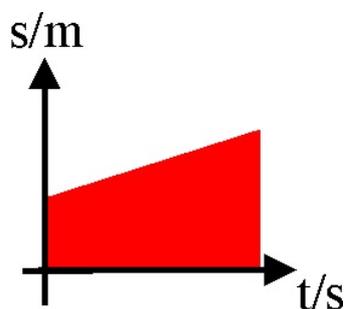
Volviendo a la gráfica; entre $t=0$ y $t<1$ s las pendientes de las rectas tangentes a la curva son negativas, se anula en $t=1$ s y son positivas para $t>1$ s. Esto quiere decir que la velocidad primero es negativa, luego nula y finalmente positiva.

Para que esto ocurra, la aceleración, que es constante, es siempre positiva, pues de esta manera hace que la velocidad negativa del móvil se acerque a cero y luego se haga positiva. La representación gráfica adjunta, ayuda a entender lo anterior. Así, puesto que la aceleración es constante y positiva, la opción correcta es e.



velocidad dirigida hacia la izquierda y disminuyendo

velocidad dirigida hacia la derecha y aumentando



1.3.37. El área coloreada de la figura representa el espacio recorrido por el móvil. De la figura se puede obtener cierta información. Señala de entre las siguientes la que no es correcta:

- a) EL MOVIMIENTO ES UNIFORMEMENTE RETARDADO
 b) EL MÓVIL TIENE ACELERACIÓN CONSTANTE
 c) EL MÓVIL TIENE VELOCIDAD INICIAL
 d) SOBRE EL MÓVIL ACTÚA UNA FUERZA CONSTANTE
 e) LA ECUACIÓN $s=f(t)$ ES DE SEGUNDO GRADO

SOL:

Si el área coloreada de la figura representa el espacio recorrido por el móvil, la representación corresponde a la velocidad frente al tiempo, ya que $s = \int v dt$.

Al ser la relación v-t lineal, el movimiento es uniformemente acelerado con una cierta velocidad inicial. La pendiente de la recta es positiva y por tanto lo es la aceleración; en definitiva, se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Un movimiento de esta clase supone la actuación de una fuerza constante, pues $F=m \cdot a$, siendo m y a constantes. De todo lo dicho se deduce que la opción a es incorrecta.