Campos 5

81. El término potencial, es relativamente moderno, dado que tampoco existía el de energía potencial, que Helmholtz, denominaba tensión. Fue Rankine el que en 1842 (algunos historiadores de la ciencia, creen que Young se anticipó en su nombramiento), la bautizó como energía potencial y de ahí potencial. La diferencia de potencial inherente a la ley de Ohm, de 1826, se la había llamado "*fuerza electroscópica*". No llegó a demostrarse que eran lo mismo hasta que Kirchhoff, lo hizo en 1849.
Cuando se dan campos escalares que son conservativos, la función escalar que los engendró se denomina función potencial V, y la Intensidad $\bar{I}$ del campo de gradientes es el gradiente de dicha función con signo negativo: $\vec{I} = -\vec{\nabla}V$. El signo negativo es debido a que:
a) EL GRADIENTE TIENE SIEMPRE SENTIDO CRECIENTE Y LA INTENSIDAD AL REVÉS
b) LA INTENSIDAD TIENE LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDO QUE EL GRADIENTE
c) LA INTENSIDAD TIENE LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDO CONTARIO AL GRADIENTE
d) EL GRADIENTE TIENE SENTIDO DECRECIENTE AL REVÉS QUE LA INTENSIDAD
SOL:
El signo menos surge en virtud de la igualdad vectorial, dado que el gradiente por convenio tiene siempre sentido creciente, mientras que la intensidad de un campo lo tiene al contrario.

82. Circular por una carretera es moverse, desplazarse por la misma. Pues bien, si en un campo vectorial desplazas la intensidad del campo sobre una porción de trayectoria, obtendrás lo que conoce como circulación de dicho vector, que matemáticamente se expresa como la integral del producto escalar de la intensidad del campo por el vector desplazamiento. Si recuerdas el concepto evolucionado del trabajo, no la definición original establecida por Coriolis en el siglo XVIII, podrás decir que:
a) LA CIRCULACIÓN A LO LARGO DE UNA LÍNEA DE FUERZA SIEMPRE ES IGUAL AL TRABAJO
b) LA CIRCULACIÓN ES IGUAL AL TRABAJO DE LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA
c) LA CIRCULACIÓN SIEMPRE ES DIFERENTE AL TRABAJO PUES NO SE MIDE EN JULIOS
d) LA CIRCULACIÓN ES EL TRABAJO MULTIPLICADO POR LA CANTIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DESPLAZADA
e) LA CIRCULACIÓN SÓLO ES IGUAL AL TRABAJO EN CAMPOS NEWTONIANOS
SOL:
El $W = \int \vec{F} \bullet d\vec{r}$ *, mientras que* $C = \int \vec{I} \bullet d\vec{r}$ *, Como* $\vec{I} = \frac{\vec{F}}{A}$, $C = \int \frac{\vec{F}}{A} \bullet d\vec{r}$ *, de lo que* $C = \frac{W}{A}$ *, por lo que la única respuesta válida es la b*

83*. Si la trayectoria sobre la que se hace circular el vector intensidad del campo es una línea cerrada, puede ocurrir que la circulación sea 0. Cuando ocurra diremos que el campo al que se refiere la intensidad es:
a) NEWTONIANO
b) SOLENOIDAL
c) CONSERVATIVO
d) EL GRADIENTE DE UNA FUNCION POTENCIAL
SOL:
Será un campo conservativo y por lo tanto un campo de gradientes. Son correctas las propuestas c y d. e indirectamente la a ya que los campos newtonianos son campos conservativos.

84. Si queremos determinar el trabajo en un campo vectorial, podemos fácilmente calcular su circulación, multiplicándola después por la magnitud activa, pero si en lugar del vector intensidad lo que se hace circular es el vector fuerza, lo obtendremos directamente. Así, si hacemos circular el vector $F=6x^2\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+4z\mathbf{k}$, desde el punto 0,0,0 al 1,1,1, a través de la recta que los une, diremos que el trabajo vale en este caso y en las unidades correspondientes:

a) 0 b) 5 c) 3 d) 2

SOL:

Como $C=\int F_x dx+\int F_y dy+\int F_z dz$, $C=\int_0^1 6x^2dx+\int_0^1 2ydy+\int_0^1 4zdz$;

$C=\left[2x^3\right]_0^1+\left[y^2\right]_0^1+\left[2z^2\right]_0^1=2+1+2=5$. *Es correcta la b.*

85*. Faraday atribuía a las líneas de fuerza un movimiento continuo en el espacio y en el tiempo y creía que la fuerza se conservaba, puesto que conservaba su identidad a través de dichos cambios en el espacio y en el tiempo, ya que en su época el concepto de energía no estaba todavía desarrollado (lo haría en la segunda mitad del siglo XIX), y así los llamó de “fuerza conservativa”. Naturalmente la idea de Faraday de un campo de fuerza conservativa, no tiene nada que ver con el concepto actual. Helmholtz, en su trabajo de 1847 “On the Conservation of Force”, basó su principio de conservación de la energía, en el de conservación de la fuerza de Faraday. En él demostró que el trabajo que ejerce un sistema de fuerzas centrales es igual a la variación de la “tensión” (después Young la llamará energía potencial), y que cualquier pérdida de “vis viva” (masa por el cuadrado de su velocidad, cuya mitad la llamará más tarde Kelvin, energía cinética) de un cuerpo deberá ser compensada por un aumento de la tensión). Un campo será conservativo si:

a) SI SU INTENSIDAD DERIVA DE UNA FUNCIÓN POTENCIAL A TRAVÉS DE SU GRADIENTE.
b) SI LA CIRCULACIÓN DE SU INTENSIDAD NO DEPENDE DEL CAMINO
c) SI LA CIRCULACIÓN DE SU INTENSIDAD EN UN RECORRIDO CERRADO ES 0.
d) SI SUS LÍNEAS DE FUERZA SON CERRADAS

SOL:

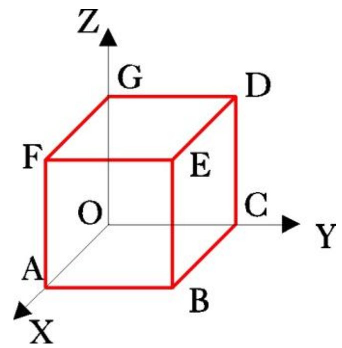
Como se ha visto, una de las condiciones para un campo conservativo era que $\vec{\mathrm{I}}=-\vec{\nabla}\mathrm{V}$ *como se propone en a, igualmente si la circulación en un recorrido cerrado es nula, y por lo tanto no depende del camino, y solo de la posición inicial y final, como se dice en b y c. El que la línea de fuerza sea cerrada no implica dicho concepto.*

86 Dado el campo vectorial $\vec{I}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\vec{k}$, dirás que su circulación en el cubo de la figura, de arista a, desde O hasta A, a través de los siguientes caminos

1) OCBA 2) OGFA. 3) OEDA vale respectivamente:

a) $\frac{3a^2}{2},\frac{3a^2}{2},\frac{3a^2}{2}$ b) $\frac{3a^2}{2},-\frac{3a^2}{2},-\frac{3a^2}{2}$

c) $\frac{3a^2}{2},\frac{a^2}{2},\frac{3a^2}{2}$ d) $\frac{a^2}{2},\frac{a^2}{2},\frac{a^2}{2}$,



SOL:

FÓRMULA A APLICAR: $C=\int I_x dx+\int I_y dy+\int I_z dz$

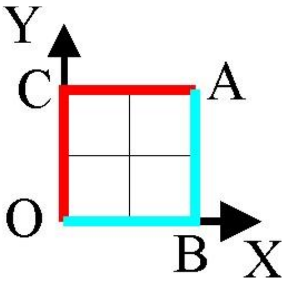
PASOS A SEGUIR:

a) Se efectúa el producto escalar, con lo que la expresión de la circulación es $C=\int xdx+\int ydy+\int zdz$

b) Se lleva la expresión al camino tratado, y puesto que las aristas sobre los ejes X (a), Y (a) y Z(a), al integrar para estos valores produciría una circulación, para cualquiera de los recorridos dados C = $a^2/2+a^2/2+a^2/2=3a^2/2$

c) Conclusión: SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO (la circulación no depende del camino)

d) La propuesta correcta es la a.



87. Un cierto campo de fuerzas viene dado por la expresión $\vec{F} = -4y\,\vec{i} + 4x\,\vec{j}$, el trabajo desarrollado por la fuerza al desplazarse desde el punto (0,0) al (2,2), por el camino OAB y por el OCB de la figura dada, es respectivamente en las unidades de trabajo:

a) 16 y 16 b) -16 y 16

c) 16 y -16 d) -16 y -16

SOL:

FÓRMULA A APLICAR: $C = \int I_x dx + \int I_y dy + \int I_z dz$.

PASOS A SEGUIR:

a) *Se efectúa el producto escalar, con lo que la expresión de la circulación es* $C = \int -4ydx + \int 4xdy$. *Se lleva la expresión a cada camino.*

b) *En OBA. Primero, en OB, x varía entre 0 y 2 e y = 0, por lo que* $C_{OB} = 0$.

En BA, x es constante = 2, e y varía entre 0 y 2, por lo que $C_{BA} = \int_0^2 4xdy = 4.2.2 = 16u\ de\, W$

c) *En OCA. Primero, en OC, x= 0 , e y varía entre 0 y 2, por lo que* $C_{OC} = 0$.

En CA, y es constante = 2 , y x varía entre 0 y 2, por lo que $C_{CA} = \int_0^2 -4ydx = -4.2.2 = -16u\ de\, W$

d) *Conclusión: EL CAMPO NO ES CONSERVATIVO porque la circulación entre O y A no es la misma por caminos distintos, o sea depende del camino*

e) *La propuesta correcta es la c.*

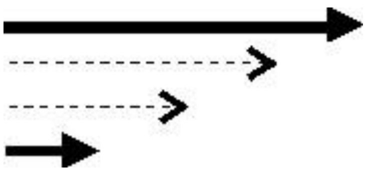
88. Dadas las líneas de fuerza y los vectores intensidad del campo, de la figura, justifica dirás que:

a) SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO.

b) NO SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO

c) HACE REFERENCIA A UN CAMPO SOLENOIDAL

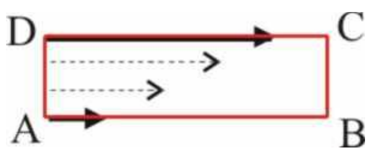
d) ES UN CAMPO DE GRADIENTES



SOL:

Siguiendo los ejemplos anteriores, se realizan las circulaciones parciales, eliminando las que se anulan, por ser perpendiculares intensidades y desplazamientos.

Si los caminos son iguales, observaríamos que la circulación total nunca sería nula, por lo que el campo NO SERÍA CONSERVATIVO, Y POR LO TANTO TAMPOCO SERÍA UN CAMPO DE GRADIENTES TAMPOCO SERÍA SOLENOIDAL.



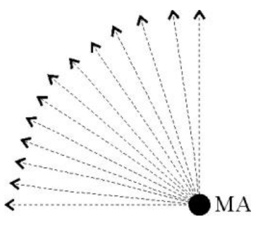
89*. El campo creado por una magnitud activa puntual, tal como el de la figura será:

a) SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO.

b) NO SE TRATA DE UN CAMPO CONSERVATIVO

c) HACE REFERENCIA A UN CAMPO SOLENOIDAL

d) ES UN DE CAMPO DE GRADIENTES



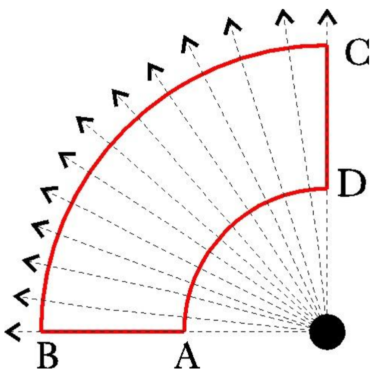
SOL:

PASOS A SEGUIR:

a) *Se busca un itinerario para hacer circular el vector campo, en este caso al ser radial es conveniente elegir circunferencias, para eliminar la circulación en dichos tramos, ya que al ser radial,* $\vec{I}$ *y* $d\vec{r}$ *son perpendiculares en esos tramos (BC y DA) y su producto escalar es nulo.*

b) *La circulación sólo no se anula en los tramos AB y CD. En AB, el vector campo y el desplazamiento forman un ángulo de 0º, mientras que en CD, el ángulo es de 180º, y su coseno -1. Por este motivo, la circulación total es nula, y el campo CONSERVATIVO y por lo tanto un campo de gradientes.*

c) *Son correctas las propuestas a y d.*



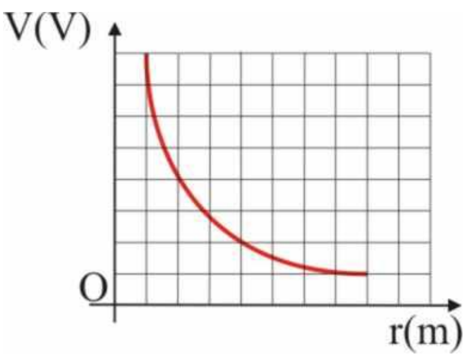
90. En los campos newtonianos (fuerza de interacción inversamente proporcional al cuadrado de la distancia), es muy fácil determinar la función potencial, debido a su simetría radial en magnitudes activas puntuales o consideradas como puntuales. Así $V = -\int \vec{I} \bullet d\vec{r}$, como $\vec{I} = k \frac{A}{(|\vec{r}|)^2} \vec{u}_r$,

$V = -\int k \frac{A}{(|\vec{r}|)^2} \vec{u}_r \bullet d\vec{r}$ que producirá, una vez realizado el producto escalar y la integral, una expresión del potencial: $V = k \frac{A}{|\vec{r}|}$. Si el campo es divergente, creado por la carga q+, $V = k \frac{q}{|\vec{r}|}$ y si es convergente como el gravitatorio, $V = -G \frac{m}{|\vec{r}|}$ En todo caso la representación gráfica de dichas funciones daría lugar a una:

a) PARÁBOLA b) RECTA
c) HIPÉRBOLA d) ELIPSE

SOL:

En todo caso para una determinada cantidad de magnitud activa la expresión $V.|\vec{r}|$ *= cte, lo cual en gráficas (V, r) , corresponde a una HIPÉRBOLA EQUILÁTERA. Es correcta la propuesta c.*

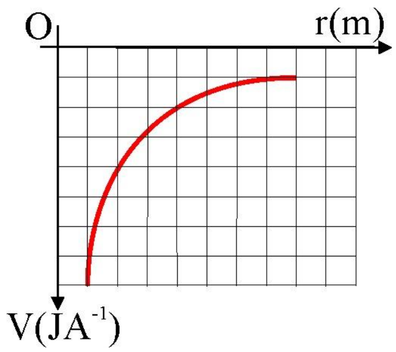


91*. Si te dan la gráfica potencial distancia para un determinado campo vectorial, podrás decir del mismo que se trata de un campo:

a) CONSERVATIVO b) CONVERGENTE
c) DIVERGENTE d) SOLENOIDAL

SOL:

La gráfica corresponde a l representación de la función $V = k \frac{q}{|\vec{r}|}$ *, y por lo tanto se tratará de un campo conservativo y divergente (signo positivo).Son correctas las propuestas a y c.*



92. Si te dan la gráfica potencial distancia para un determinado campo vectorial, creado por una distribución de magnitud activa A, podrás decir del mismo que se trata de un campo:

a) CONSERVATIVO b) CONVERGENTE
c) DIVERGENTE d) SOLENOIDAL

SOL:

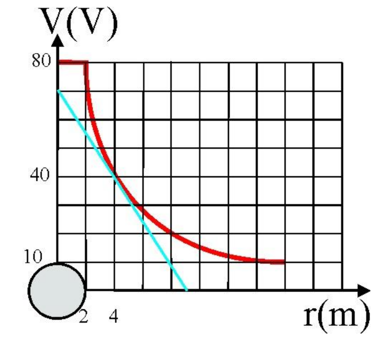
La gráfica corresponde a la representación de la función $V = -k \frac{q}{|\vec{r}|}$ *, y por lo tanto se tratará de un campo conservativo y convergente (signo negativo).Son correctas las propuestas a y b.*

93*. El signo del potencial en función del tipo de campo conservativo tiene su origen en:

a) EL ÁNGULO QUE FORMAN LA INTENSIDAD DEL CAMPO Y EL DESPLAZAMIENTO
b) QUE LAS LÍNEAS DE FUERZA SEAN ENTRANTES O SALIENTES
c) LA OPERACIÓN MATEMÁTICA DEL PRODUCTO ESCALAR
d) LA OPERACIÓN MATEMÁTICA DE INTEGRACIÓN

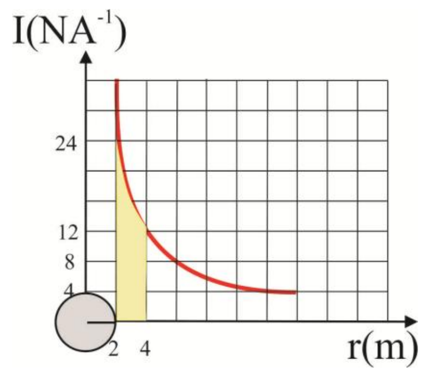
SOL:

Como procede de un producto escalar, depende del ángulo que forman los vectores. En el intervalo en el que el coseno es negativo, el signo de la función tendrá dicho signo. En los campos en los que la intensidad y líneas de fuerza van hacia fuera, y por lo tanto tienen el sentido del desplazamiento, el ángulo será 0, y el coseno 1. En cambio en aquellos en los que la intensidad va hacia dentro como las líneas de fuerza, y el desplazamiento hacia afuera, el ángulo es de 180º y el coseno -1. Son correctas las propuestas a,b y c.



94. En la gráfica (V, r) debida al campo creado por una magnitud activa A esférica de radio R=2m, la pendiente para r>R, nos daría:
a) 10 V/m b) -10 V/m c) 0,1m/V d) -0,1N/A
y representaría:
a) EL MÓDULO DE LA INTENSIDAD DEL CAMPO
b) EL GRADIENTE DEL POTENCIAL
c) EL MÓDULO DE LA INTENSIDAD DEL CAMPO CON SIGNO -
d) EL TRABAJO ENTRE 2 Y 4 METROS

SOL:
El módulo de la intensidad del campo con el signo cambiado, al ser un campo conservativo, I=- dV/dr, *y coincide con el módulo del gradiente de potencial. Por lo tanto trazando la tangente en un punto (4m), podríamos conocer la intensidad del campo en dicho punto:-(40V/4m)=-10V/m. La respuesta correcta sería la b en la primera y la c en la segunda.*



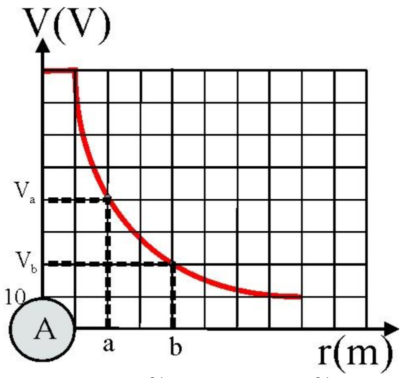
95. En la gráfica (I, r) debida al campo creado por una magnitud activa A esférica de radio R=2m, la superficie abarcada en la figura significa:
a) LA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE 4 Y 2 METROS
b) EL TRABAJO ENTRE 4 Y 2 METROS
c) LA INTENSIDAD DEL CAMPO MEDIA
d) EL GRADIENTE DE POTENCIAL

SOL:
Como $V = -\int \vec{I} \bullet d\vec{r}$ *, esta operación coincide con la diferencia de potencial entre 2 y 4 metros, y se puede hacer aproximando gráficamente la integral a dicha superficie tomando como base 2 y altura 16 más un resto que sería 8, de esta forma dará 40V, como se aprecia en la gráfica del test anterior. Es correcta la propuesta b.*

96. Mientras la pendiente en una gráfica V/r, nos daría la intensidad del campo en ese punto con el signo cambiado, si la gráfica fuera I/r, la pendiente implicaría:
a) LA INTENSIDAD DIVIDIDA POR LA DISTANCIA
b) EL DOBLE DE LA INTENSIDAD DIVIDIDA POR LA DISTANCIA CON SIGNO NEGATIVO
c) LA INTENSIDAD MULTIPLICADA POR LA DISTANCIA
d) LA MITAD DE LA INTENSIDAD MULTIPLICADA POR LA DISTANCIA
De esta forma la pendiente primera sería respecto a la segunda en el mismo punto:
a) EL DOBLE b) EL DOBLE DIVIDIDO POR EL RADIO
c) LA MITAD MULTIPLICADA POR EL RADIO d) LA MITAD

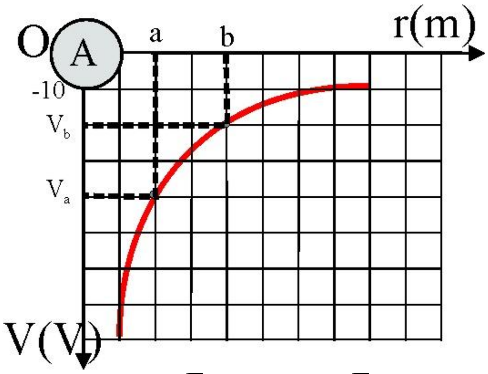
SOL:
Se podrían determinar las pendientes respectivas a partir de las expresiones $V|\vec{r}| = kq$ *y* $Er^2=kq$

En una gráfica (V, r) *Vdr + rdV = 0 , de lo que dV/dr = - V/r (que sería la pendiente)*
En una gráfica (I, r) $r^2 dI + 2rdrI=0$*, de lo que dI/dr = - 2 I/r (que sería la pendiente).*
como I=-dV/dr, *dE/dr = 2/r(dV/dr), que sería la relación entre ambas pendientes.*
Son correctas las propuestas b en ambos apartados.



97*. La diferencia de potencial en la figura dada que corresponde a:
a) TRABAJO DE LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DESDE a HASTA b
b) TRABAJO DE LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DESDE a HASTA b CAMBIADO DE SIGNO
c) LA INTENSIDAD DEL CAMPO POR LA DISTANCIA
d) LA INTENSIDAD DEL CAMPO ENTRE LA DISTANCIA

SOL:
Como $\vec{I} = \frac{\vec{r}}{A}$ *y* $V = -\int \frac{\vec{r}}{A} \bullet d\vec{r}$ *, pero como* $W = \int \vec{F} \bullet d\vec{r}$ *, la diferencia de potencial entre dos puntos a y b sería el TRABAJO PARA LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DE UN PUNTO DE REFERENCIA O a OTRO, PERO CON EL SIGNO CONTRARIO. (A = 1), como se indica en b.*



98*. La diferencia de potencial en la figura dada que corresponde a:

a) TRABAJO DE LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DESDE a HASTA b

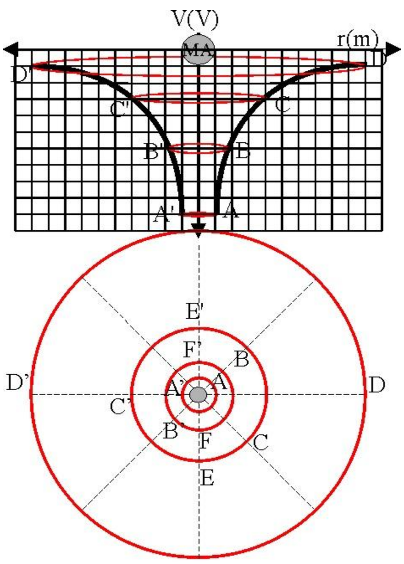
b) TRABAJO DE LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DESDE a HASTA b CAMBIADO DE SIGNO

c) LA INTENSIDAD DEL CAMPO POR LA DISTANCIA

d) LA INTENDIDAD DEL CAMPO ENTRE LA DISTANCIA

SOL:

Como $\vec{I} = \frac{F}{A}$ *y* $V = -\int \frac{F}{A} \bullet d\vec{r}$ *, pero como* $W = \int \vec{F} \bullet d\vec{r}$ *, la diferencia de potencial entre dos puntos a y b sería el TRABAJO PARA LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DE UN PUNTO DE REFERENCIA O a OTRO, PERO CON EL SIGNO CONTRARIO. (A = 1), como se indica en b.*



99*. La gráfica dada corresponde a la variación de la función potencial de una magnitud activa puntual, linealmente y superficialmente. El examen de la misma te obligará a asegurar que:

a) QUE EL CAMPO AL QUE HACE REFERENCIA ES CONSERVATIVO Y CONVERGENTE

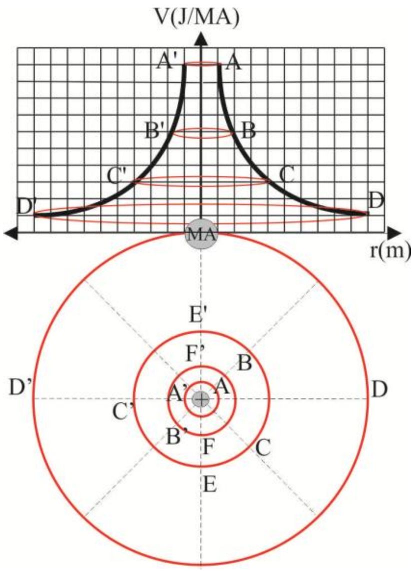
b) QUE EL POTENCIAL DE D Y D' ES EL MISMO PERO DE SIGNO CONTRARIO

c) QUE LA DIFERENCIA DE POTENCIAL ENTRE C Y C' ES 0

d) QUE LAS CIRCUNFERENCIAS SON LÍNEAS ISOTÍMICAS

SOL:

La gráfica superior corresponde a la función $V = -k\frac{q}{|\vec{r}|}$*, y por lo tanto se tratará de un campo conservativo y convergente (signo negativo). La inferior es la proyección superficial de las líneas equipotenciales o isotímicas, por lo que el potencial de los puntos A,B,C,D, valen igual que en los respectivos A',B',C' y D'. En consecuencia son correctas las propuestas a,c y d.*



100*. La gráfica dada corresponde a la variación de la función potencial de una magnitud activa puntual, linealmente y superficialmente. El examen de la misma te obligará a asegurar que:

a) QUE EL CAMPO AL QUE HACE REFERENCIA ES CONSERVATIVO Y CONVERGENTE

b) QUE LA ENERGÍA POTENCIAL DE D Y D' ES LA MISMA PERO DE SIGNO CONTRARIO

c) QUE EL TRABAJO PARA LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA ENTRE C Y C' ES 0

d) QUE LAS LÍNEAS ROJAS SON LÍNEAS ISOTÍMICAS

SOL:

La gráfica superior corresponde a la función $V = k\frac{q}{|\vec{r}|}$*, y por lo tanto se tratará de un campo conservativo y divergente (signo positivo).*

La inferior es la proyección superficial de las líneas equipotenciales o isotímicas, por lo que el potencial de los puntos A,B,C,D, valen igual que en los respectivos A',B',C' y D'. EL TRABAJO PARA LLEVAR LA UNIDAD DE MAGNITUD ACTIVA DESDE EL INFINITO AL PUNTO y coincide con la energía potencial en ese punto y LA ENERGÍA POTENCIAL ES IGUAL AL POTENCIAL por la CANTIDAD DE MAGNITUD ACTIVA (Ep = A.V). Por lo tanto el trabajo para llevar una determinada cantidad de magnitud activa desde A hasta B, correspondería a $W_{A\to B} = -A\cdot(V_B - V_A)$ *. Cambiando los signos: W =* $AV_A - AV_B$ *= Energía potencial inicial – Energía potencial final. Son correctas las propuestas c y d.*