

## Campo gravitatorio 7



121\*.Marte, el planeta rojo, debido a su atmósfera, tiene dos satélites de diferente tamaño y masa, Fobos y Deimos (ver foto), nombre de los caballos que tiraban del carro del dios Marte. El primero tiene una masa aproximadamente 5 veces mayor que el otro y está situado a 2,5 veces más cerca, pese a ser menor que la Tierra. Si conoces la teoría de la Gravitación Universal, podrás asegurar que:

- a) ATRAE A AMBOS SATÉLITES CON IGUAL FUERZA
- b) LA ATRACCIÓN QUE EJERCE MARTE SOBRE DEIMOS ES IGUAL A LA QUE EJERCE DEIMOS SOBRE MARTE
- c) DEIMOS Y FOBOS EJERCEN LA MISMA ATRACCIÓN SOBRE MARTE
- d) LAS INTERACCIONES VAN A DEPENDER DE LA MASA RESPECTIVA DE LOS DOS SATÉLITES Y DE SU DISTANCIA RESPECTO A MARTE

SOL:

La fuerza gravitatoria viene dada por  $F = G \frac{Mm}{R^2}$ , por lo tanto sustituyendo  $F_{M-F} = G \frac{M \cdot 5m}{R^2}$ ,  $F_{M-D} = G \frac{M \cdot m}{(2,5R)^2}$ ,

dividiendo ambas:  $\frac{F_{M-F}}{F_{M-D}} = 5 \cdot (2,5)^2 = 31,25$ , o sea que la fuerza con que Marte atrae a Fobos es 31,25 veces mayor que la que emplea para atraer a Deimos. Sólo son correctas las propuestas b y d.



Fobos

122. La distancia media del satélite de Marte, Fobos(ver foto) al planeta es aproximadamente de 9500 km, tan próximo que se cree que se estrellará con el tiempo, salvo que sea un satélite artificial (una hipótesis), mientras que la distancia de la Luna a la Tierra es de 386.200 km. El diámetro de Marte es de 6800 km, mientras que el de la Tierra es de 12.740 km, y la densidad media de aquel planeta es de  $4120 \text{ kg/m}^3$ , mientras que en el nuestro es de  $5500 \text{ kg/m}^3$ . Con todos estos datos podrás asegurar que su periodo de revolución alrededor de Marte es respecto al de la Luna referido a la Tierra es aproximadamente:

- a) 100 VECES MENOR
- b) 90 VECES MAYOR
- c) 90 VECES MAYOR
- d) 100 VECES MAYOR

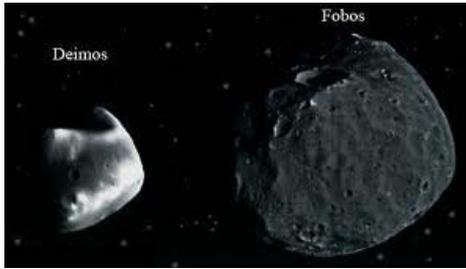
$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  unidades del S.I.

SOL:

Hemos visto (test 64) que  $\omega = \sqrt{\frac{GM}{R_{orbital}^3}}$  y  $M = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$ , de lo que, sustituyendo  $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{4\pi\rho GR^3}{3R_{orbital}^3}}$

Dividiendo las expresiones de los periodos de la Luna y de Fobos, tendremos que:  $\frac{T_L}{T_F} = \sqrt{\frac{\rho_M R_M^3 R_{orbitalL}^3}{\rho_T R_T^3 R_{orbitalF}^3}}$ . Como son

relaciones no hace falta convertir las unidades al S.I.  $\frac{T_L}{T_F} = \sqrt{\frac{4120 \cdot 6800^3 \cdot 386200^3}{5500 \cdot 12740^3 \cdot 9500^3}} = 87,5$ . Es correcta la propuesta c.



123. Los satélites de Marte, Fobos y Deimos, fueron anunciados por Kepler en , 200 años de su descubrimiento por Hall, recreados por Voltaire y Jonathan Swift, 150 años antes en sendas novelas, son los satélites más pequeños de nuestro sistema solar. Fobos se encuentra a 9377 km del planeta, y Deimos a 23460 km, y su masa 5 veces mayor, según eso dirás que a relación entre sus periodos orbitales será aproximadamente:

- a) 5                      b) 4                      c) 0,25                      d) 0,2

SOL:

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R_{orbital}^3}}, \text{ aplicándolo a los dos satélites, será : } \frac{T_{Fobos}}{T_{Deimos}} = \sqrt{\frac{R_{orbitalD}^3}{R_{orbitalF}^3}} = \sqrt{\frac{23460^3}{9377^3}} = 3,957$$

Como se relacionó Fobos con Deimos, será su inversa o sea 0,25. Es correcta la propuesta c.

124. Se sabe que el peso de una persona en Marte es el 40% del peso en la Tierra. El diámetro de ésta es aproximadamente el doble del de Marte, de todo eso se puede concluir que:

- a) LA MASA DE MARTE ES EL 40% DE LA MASA DE LA TIERRA  
 b) LA ATRACCIÓN QUE EJERCE MARTE SOBRE LA TIERRA ES EL 40% DE LA QUE EJERCE ESTA SOBRE MARTE  
 c) SI LA MASA DE UN CUERPO ES DE 70 kg, CUANDO ESTA MASA ES LLEVADA A MARTE, SERÁ DE 28 kg  
 d) SI UN CUERPO TARDA 10 SEGUNDO EN CAER DESDE UNA DETERMINA ALTURA EN LA TIERRA, TARDARÁ 4, EN CAER DESDE ESA MISMA ALTURA EN MARTE

SOL:

Como la masa es una magnitud constante, luego  $g_M=0,4g_T$ , por lo si en la Tierra  $h = \frac{1}{2} g_T 10^2 = 50g_T$ , en Marte

$h = \frac{1}{2} \cdot 0,4g_T t^2$ . Igualando  $t = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 15,81s$ . Todas las propuestas son erróneas, dado que la atracción depende del producto de las masas, sería igual entre ambos planetas.

125. Edgar Rice Burroughs, el creador del célebre personaje de tarzán, también escribió a partir de 1912, una serie de 11 novelas dedicadas al planeta Marte, Barsoom para los marcianos, narrando las aventuras de John Carter. En una de ellas, se puede leer que 10 años en la Tierra, corresponden a 5 años, 96 días de Marte. Teniendo en cuenta la distancia de Marte al Sol, es 1,54 veces la de la Tierra, dirás que el escritor.

- a) SE EQUIVOCÓ POR EXCESO                      b) SE EQUIVOCÓ POR DEFECTO  
 c) ACERTÓ    d) ERA UNA FICCIÓN

SOL:

Partiendo de la tercera ley de Kepler  $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = K$ ;  $\frac{10^2}{1^3} = \frac{T_M^2}{1,54^3}$ ;  $T_M = \sqrt{100 \cdot 1,54^3} = 19,1 \text{ años}$ . Por lo tanto 1 año marciano equivaldría a 0,5236 años terrestres, 10 años será 5 años marcianos y varios meses. La respuesta correcta es la c.



129. La gravedad complementaria que ejerce una masa, se produce cuando otra masa actúa en el mismo ámbito modificándola. De esa forma si un astronauta estuviera en Marte, no sólo actuaría la gravedad de este satélite, sino también la de Fobos que se encuentra muy próximo. Teniendo en cuenta que la masa de Marte es cerca de 67 millones de veces la de Fobos mientras que su radio orbital de Fobos es 3 veces el de Marte y este 300 veces el de Fobos, dirás que para el caso de un astronauta en un punto de Marte, alineado con Fobos que la relación entre ambas aceleraciones es aproximadamente

- a) 100 MILLONES DE VECES                      b) 600 MILLONES DE VECES  
c) 10 MILLONES DE VECES                      d) 50 MILLONES DE VECES

SOL:

La gravedad en Marte  $g_M = G \frac{M_M}{R_M^2}$ , mientras que la complementaria debida a Fobos será:

$$g_{CF} = G \frac{M_F}{(R_{orb} - R_F)^2}, \text{ dividiendo ambas}$$

$$\frac{g_M}{g_{CF}} = \frac{M_M}{M_F} \left( \frac{R_{orb} - R_F}{R_M} \right)^2 = 6,7 \cdot 10^7 \left( \frac{3R_M - \frac{R_M}{300}}{R_M} \right)^2 = 6,7 \cdot 10^7 \left( \frac{899}{300} \right)^2 = 6 \cdot 10^8. \text{ Es correcta la b.}$$

130. Sin embargo la relación entre la gravedad de Marte y la gravedad complementaria de Marte respecto al Sol, teniendo en cuenta que el radio orbital de Marte es 68000 veces mayor que su propio radio, y la masa del Sol es 3 millones de veces la masa de Marte es aproximadamente:

- a) 2000                      b) 5000                      c) 1500                      d) 500

SOL:

La gravedad en Marte  $g_M = G \frac{M_M}{R_M^2}$ , mientras que la complementaria debida al Sol será:

$$g_{MSol} = G \frac{M_S}{(R_{orb} - R_M)^2}, \text{ dividiendo ambas}$$

$$\frac{g_M}{g_{CSol}} = \frac{M_M}{M_{Sol}} \left( \frac{R_{orb} - R_M}{R_M} \right)^2 = \frac{1}{3 \cdot 10^6} \left( \frac{68000R_M - R_M}{R_M} \right)^2 = \frac{67999^2}{3 \cdot 10^6} = 1,54 \cdot 10^3. \text{ Es correcta la c}$$

131. En la quinta obra marciana de Edgar Rice Burroughs de 1922, se puede leer que mientras que Cluros, el satélite de Marte más alejado (Deimos para los astrónomos), da una vuelta a Marte, en 19 horas y media, Thuria (Fobos) tarda 3,5 horas. Si partimos de un eclipse entre ambos, situación especialmente propicia para casarse dos príncipes marcianos, tardará en producirse un nuevo eclipse poco más de:

- a) 4h                      b) 8h                      c) 12h                      d) 10h

SOL:

$$\theta_{Th} - \theta_{Cl} = 2\pi; \theta_{Th} = \omega_{Th} t = \frac{2\pi}{T_{Th}} t; \theta_{Cl} = \omega_{Cl} t = \frac{2\pi}{T_{Cl}} t. \text{ Sustituyendo } \frac{2\pi}{T_{Th}} t - \frac{2\pi}{T_{Cl}} t = 2\pi. \text{ Como } T_{Th} = 3,5 \cdot 3600s \text{ y } T_{Cl} = 19,5 \cdot 3600s.$$

$$\text{Sustituyendo en la expresión y simplificando } t = \frac{3600}{\frac{1}{3,5} - \frac{1}{19,5}} = 15356,25s = 4h16m. \text{ Es correcta la propuesta a.}$$



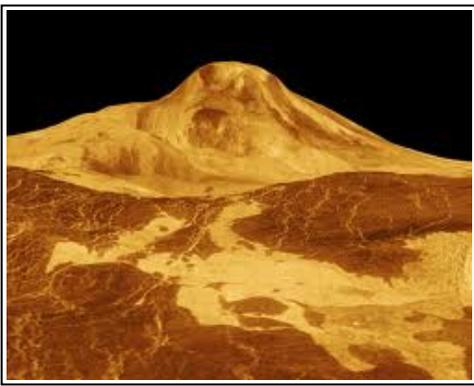
132 Venus, cuya foto te dan, es junto con Urano, los únicos planetas que son retrógrados, esto es giran sobre sí mismos en sentido horario, al contrario de la Tierra y los demás planetas. Venus da una vuelta sobre sí misma en 243 días terrestres Por este motivo si la masa de Venus es 0,815 la de la Tierra y si su radio es 0,95 del radio de la Tierra, el momento angular intrínseco de dicho planeta respecto a la Tierra será en unidades del S.I aproximadamente.:

- a) 0,004      b) 0,001      c) -0,001      d) -0,004

SOL:

Teniendo en cuenta que  $L = I\omega = \frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{2\pi}{T}\vec{u}$ , aplicándolo a ambos casos y dividiendo entre ellos:

$$\frac{L_V}{L_T} = -\frac{0,85M_T}{M_T} \left( \frac{0,95R_T}{R_T} \right)^2 \frac{86400}{243.86400} = -0,0038. \text{ Es correcta la propuesta d.}$$



133. La gravedad en Marte, es 0,4 la de la Tierra y pese a tener la décima parte de la masa de la Tierra, tiene una montaña, el volcán Monte Olimpo (ver foto), la montaña mas alta del sistema solar que es tres veces mas alto que el monte mas alto de la Tierra, por eso teniendo en cuenta que su masa es 10 veces menor y su diámetro 1,9 veces menor, mientras que en la Tierra su radio es 700 veces la altura del monte Everest, dirás que la influencia de la altura de aquel volcán en la gravedad de Marte es respecto a la que ejerce el monte Everest en la Tierra es en % aproximadamente de un:

- a) 1      b) 0,1      c) 0,01      d) 10

SOL:

Si tenemos en cuenta que  $g = G \frac{M}{(R+h)^2}$ , aplicándolo al monte Olimpo en Marte y al monte Everest en la Tierra

$$g_O = G \frac{M_M}{(R_M + h_O)^2} \text{ y } g_E = G \frac{M_T}{(R_T + h_E)^2}, \text{ y teniendo en cuenta que } M_M = 0,1M_T \text{ y } R_M = \frac{R_T}{1,9}, \text{ sustituyendo y}$$

dividiendo

$$\frac{g_E}{g_O} = 10 \left( \frac{R_T + 3h_E}{1,9R_T + h_E} \right)^2, \text{ si se desprecia } h_E, \text{ frente a } R_T \text{ y se simplifica } \frac{g_E}{g_O} = \frac{10}{1,9^2} \left( 1 + \frac{5,7h_E}{R_T} \right)^2 = 2,77 \left( 1 + \frac{5,7}{700} \right) = 2,79$$

$$g_O = g_E / 2,79 = 0,36g_E. \text{ Como } g_M = 0,4g_T. \% = \frac{0,4 - 0,36}{0,4} \cdot 100 = 10. \text{ Es correcta la d.}$$

134. Edgar Rice Burroughs, diez años después de terminar la serie de novelas de Marte, escribiría su serie de viajes a Venus, en las que relata como un aventurero americano Carson Napier, queriendo viajar a Marte en un avión torpedo de su invención, por error aparece en Venus después de atravesar su capa protectora de nubes. Si el radio orbital de Venus es 0,73 del radio orbital terrestre, el año venusiano corresponderá en días terrestres a:

- a) 227      b) 327      c) 300      d) 200

SOL:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = K, \text{ aplicando la 3ª ley de Kepler } \frac{365^2}{R^3} = \frac{T^2}{(0,73R)^3}, \text{ de lo que } T = 365\sqrt{0,73^3} = 227,65d$$



Io



Ganymedes

135. Una de las misiones Apolo, logró fotografiar actividad volcánica en Io, satélite de Júpiter (ver foto), sin embargo, Galileo ya determinara hace más de 400 años, su periodo de revolución alrededor del planeta, valorándolo en 1,77 días. Si la distancia a éste es de  $4,22 \cdot 10^5$  km, podrás afirmar que la masa de Júpiter es de:

- a)  $10^{30}$  kg.    b)  $10^{27}$  kg.    c)  $10^{26}$  kg.    d)  $10^{28}$  kg.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  unidades del S.I.

SOL:

$$M = \frac{4\pi^2 R_{orbital}^3}{GT^2} = \frac{39,5 \cdot (4,22 \cdot 10^8)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (1,77 \cdot 86400)^2} = \frac{2,97 \cdot 10^{27}}{1,56} = 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

Correcta la b.

136. Galileo en 1610, publica en su libro Sidereus nuncius (mensaje de las estrellas), el descubrimiento de los primeros 4 satélites de Júpiter, que llamó planetas medicos, en honor a los Médicos, numerándolos del 1 al 4. El Júpiter III, el mayor, y el mayor de todo el sistema solar fue llamado Ganymedes (ver foto), por Simón Marius, astrónomo alemán contemporáneo a Galileo. Se encuentra en una órbita situada a  $10^6$  km, si su masa es  $0,15 \cdot 10^{24}$  kg y con los datos del test anterior podrás asegurar que su periodo alrededor de Júpiter es en días de:

- a) 1                    b) 7                    c) 12                    d) 0,01

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  unidades del S.I.

SOL:

Dado que  $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R_{orbital}^3}}$  ;  $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 0,15 \cdot 10^{24}}{10^{18}}} = 1 \cdot 10^{-5}$  ;  $T = 7,2$  días, correcta la b.



137. La masa de Júpiter, cuya foto te dan, es 320 veces mayor que la de la Tierra, su radio ( $7,1 \cdot 10^7$  m), es aproximadamente 10 veces mayor y su distancia media al Sol es 9 veces mayor. Con estos datos podrás asegurar que:

- a) LA DENSIDAD MEDIA DE JUPITER ES 10 VECES INFERIOR A LA DE LA TIERRA  
 b) LA VELOCIDAD DE ESCAPE DE JÚPITER ES 6 VECES LA DE LA TIERRA  
 c) UN AÑO DE JÚPITER CORRESPONDERÍA A 9 AÑOS DE LA TIERRA  
 d) SI g REAL EN EL ECUADOR ES 2,6 VECES LA g DE LA TIERRA, LA VELOCIDAD DE ROTACIÓN DE JÚPITER SOBRE SI MISMO ES 4 VECES MAYOR QUE LA DE LA TIERRA

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  unidades del S.I. Distancia Tierra-Sol = 1UA

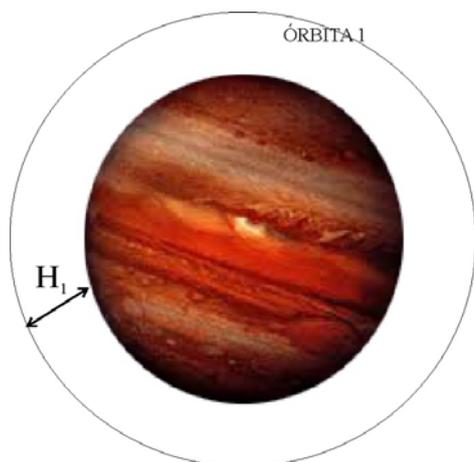
SOL:

Se sabe que  $M = \frac{4\pi\rho R^3}{3}$ , despejando la densidad, aplicándola a ambos planetas y dividiendo se tiene que

$$\frac{\rho_J}{\rho_T} = \frac{M_J R_T^3}{M_T R_J^3} = \frac{320 M_T R_T^3}{M_T (10 R_T)^3} = 0,32. \text{ Como } v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R_{orbital}}}, \text{ realizando la misma comparación}$$

$$\frac{v_{EJ}}{v_{ET}} = \sqrt{\frac{M_J \cdot R_T}{M_T \cdot R_J}} = \sqrt{\frac{320 M_T R_T}{M_T \cdot 9 R_T}} = 5,96. \text{ Como } \frac{T_J^2}{R_J^3} = \frac{T_T^2}{R_T^3}; T_J = T_T \sqrt{9^3} = 27 T_T. \text{ Dado que } g_{Teor} = g_{Real} = \omega^2 R$$

$$\frac{g_{J \text{ teórica}}}{g_T} = \frac{M_J R_T^2}{M_T R_J^2} = \frac{320}{100} = 3,2; \quad 9,8(3,2 - 2,6) = \frac{4\pi^2}{T^2} 7,1 \cdot 10^7; T = 22663s = 6,2 \text{ horas. Son correctas b y d.}$$



138. Se quiere disponer en órbita de Júpiter, a una altura  $H_1$ , un telescopio para explorar dicho planeta, si la masa de Júpiter es 320 veces la de la Tierra y su radio 10 veces mayor, deberá comunicársele desde la superficie de Júpiter una velocidad respecto a la necesaria para ponerlo a una altura 10 veces mayor que en la Tierra ( $H$ ), que será  $n$  veces mayor, siendo  $n$  aproximadamente

- a) 2                      b) 10                      c) 6                      d) 8

SOL:

$$-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} m v_O^2 - G \frac{Mm}{R+H_1}, \text{ pero como la velocidad orbital ya}$$

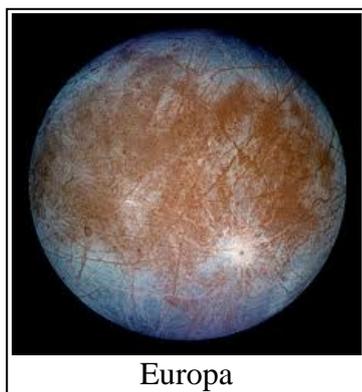
$$\text{vista, es } v_O = \sqrt{\frac{GM}{R+H_1}}, \text{ sustituyendo y simplificando (multiplicando por 2 y}$$

eliminando m).

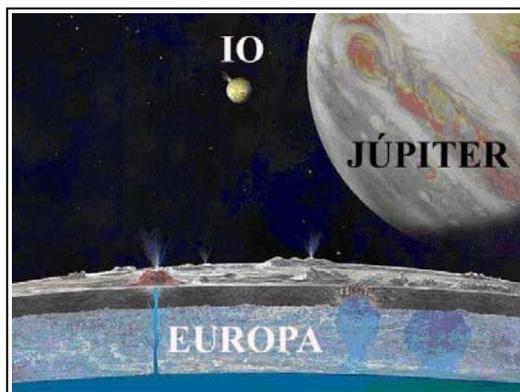
$$v_C^2 = G \frac{2M}{R} + G \frac{M}{R+H} - G \frac{2M}{R+H} = GM \left( \frac{2}{R} - \frac{1}{R+H} \right). \text{ de lo que dividiendo la expresión en ambos casos y}$$

sustituyendo

$$\left( \frac{v_{CJ}}{v_{CT}} \right)^2 = \frac{320M \left( \frac{2}{10R} - \frac{1}{10R+10H} \right)}{M \left( \frac{2}{R} - \frac{1}{R+H} \right)} = 32; \quad v_{CJ} = 5,66 v_{CT}. \text{ Es correcta la c.}$$



Europa



139. Hace escaso tiempo que se descubrió que Europa, satélite galileano de Júpiter, tiene un mar interior (ver fotos), debajo de su corteza helada. Si la distancia a Júpiter es de  $6,71 \cdot 10^5$  km, dirás que el tiempo que tarda en dar una vuelta a Júpiter es en días de:

- a) 7,5                      b) 3,5  
c) 10                      d) 2,5

DATOS:  $GM=1,27 \cdot 10^{17}$  u.S.I.

SOL:

$$\text{Dado que } \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R_{orbital}^3}} \therefore \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{1,27 \cdot 10^{17}}{6,71 \cdot 10^8}} = 2,05 \cdot 10^{-5}; T=3,55 \text{ días, correcta la b.}$$



140. Titán, satélite de Saturno, cuya foto te dan, fue descubierto por Huygens en 1656, y es uno de los más grandes de todo el sistema solar, y el que tiene mayor capa atmosférica, compuesta por nitrógeno y metano. Su masa es de  $1,35 \cdot 10^{23}$  kg y su diámetro 5152km. La velocidad de escape de dicho satélite será en m/s aproximadamente:

- a) 2500                      b) 1500                      c) 3500                      d) 4500

$G=6,67 \cdot 10^{-11}$  unidades del S.I.

SOL:

$$\text{Como } v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,35 \cdot 10^{23}}{2,576 \cdot 10^6}} = 2644 \frac{m}{s}. \text{ Es correcta la a.}$$